1

№ ____________ Регистрационный номер

Фамилия ____________

Имя ____________

Отчество ____________

Школа № ________

(не заполнять)

Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В.Курчатова,
Математический тур, 11 класс. Вариант № 1

РОСАТОМ

1. При каких значениях y неравенство $\frac{(x-y)(x-2y+1)}{x+2y-15} \le 0$ выполняется при всех $x \in [7;10]$? Найти наибольшее целое решение неравенства при $y=1$.

2. Найти x, для которых геометрическая прогрессия b_n с первым членом $b_1 = \sin x$ и знаменателем $q = 2\cos x$ является убывающей последовательностью. При каких x последовательность b_n является бесконечно убывающей геометрической прогрессией с суммой $8ctgx$?

3. Целое четырехзначное положительное число a удовлетворяет трем условиям:
1) разность между цифрой сотен числа a и цифрой единиц равна цифре десятков;
2) цифра сотен равна утроенной сумме цифр тысяч и единиц; 3) разность между числом, записанным теми же цифрами, но взятыми в обратном порядке и числом a равна 819. Найти число a.

4. Найти цифры x и y такие, что число записанное цифрами $\overline{2345xy}$ при делении на 5 и 7 имеет остаток 1 и 2 соответственно.

5. При каких a - решениях уравнения $|\sin \pi a| = 1$ - неравенство $\frac{\log_2\left(a^2-2a-3\right)-1}{a^2-10a+24} < 0$ выполняется для хотя бы одного $x \in \left[\frac{9}{4};12\right]$?

6. Около треугольника ABC, длины сторон которого равны $1, 2,$ и 2, описана окружность. Продолжения медиан треугольника ABC пересекают окружность в точках M, N и L. Найти площадь треугольника MNL.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

1

№ ____________ Регистрационный номер

Фамилия ____________

Имя ____________

Отчество ____________

Школа № ________

(не заполнять)

Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В.Курчатова,
Математический тур, 10 класс. Вариант № 1

РОСАТОМ

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x - 3$ на множестве решений уравнения: $\frac{4}{x-3} + \frac{9}{x-2} = x$.

2. Решить уравнение: $\sqrt{2-\sqrt{2+x}} = x$

3. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2 - 17x + 6 = 0$. Найти все уравнения четвертой степени, корнями которого являются числа $x_1, x_2, \frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$.

Подсказка: для решения задачи не обязательно решать квадратное уравнение.

4. При каких значениях a неравенство $\frac{x^2+(4-a)x-6a^2-7a+3}{(x-a)(x+2a)} > 0$ выполняется при любых $x \ge 4$?

5. Через точку M, расположенную внутри шара радиуса 4 на расстоянии 2 от его центра, проведены три взаимно перпендикулярные плоскости. Найти сумму площадей кругов, по которым эти плоскости пересекают шар.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

2

№ Регистрационный номер ________ Фамилия ________ ________ (не заполнять)

Школа № ________ Имя ________

Отчество ________ ________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В. Курчатова,
Математический тур, 11 класс. Вариант № 2

РОСАТОМ

1. При каких значениях y неравенство $\dfrac{(2x-y)(3x-4y-10)}{x+2y-10}\geq 0$ выполняется при всех $x\in[1;4]$? Найти наименьшее целое x решение неравенства при $y=4$.

2. Найти x, для которых геометрическая прогрессия b_n с первым членом $b_1=\cos x$ и знаменателем $q=2\sin x$ является возрастающей последовательностью. При каких x последовательность b_n является бесконечно убывающей геометрической прогрессией с суммой $\dfrac{15}{2}tgx$?

3. Целое четырехзначное положительное число a удовлетворяет трем условиям: 1) сумма цифр тысяч и сотен числа a меньше суммы цифр десятков и единиц на единицу; 2) цифра сотен равна утроенной разности цифр десятков и тысяч; 3) разность между числом, записанным теми же цифрами, но взятыми в обратном порядке и числом a равна 5544. Найти число a.

4. Найти цифры x и y такие, что число записанное цифрами $\overline{2517xy}$ при делении на 7 и 9 имеет остаток 2 и 1 соответственно.

5. При каких a - решениях уравнения $|\sin(10\pi a)|=1$ - неравенство $\dfrac{\log_{x-2}(a^2+a-2)-1}{a^2+a-6}<0$ выполняется для хотя бы одного $x\in\left[\dfrac{15}{4};20\right]$?

6. Около треугольника ABC, длины сторон которого равны $\sqrt{2},\sqrt{3}$, и $\sqrt{3}$, описана окружность. Продолжения медиан треугольника ABC пересекают окружность в точках M, N и L. Найти площадь треугольника MNL.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

2

№ Регистрационный номер ________ Фамилия ________ ________ (не заполнять)

Школа № ________ Имя ________

Отчество ________ ________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В. Курчатова,
Математический тур, 10 класс. Вариант № 2

РОСАТОМ

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=4-3x$ на множестве решений уравнения: $\dfrac{1}{x-4}+\dfrac{16}{x+1}=x$.

2. Решить уравнение: $\sqrt{3-\sqrt{3+x}}=x$

3. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2-13x+5=0$. Найти все уравнения четвертой степени, корнями которого являются числа $x_1, x_2, \dfrac{1}{x_1}, \dfrac{1}{x_2}$

Подсказка: для решения задачи не обязательно решать квадратное уравнение.

4. При каких значениях a неравенство $\dfrac{x^2+(a+1)x-2a^2+11a-12}{(x-2a)(x-a+1)}\geq 0$ выполняется при любых $x\leq -2$?

5. Через точку M, расположенную внутри шара радиуса 5 на расстоянии 3 от его центра, проведены три взаимно перпендикулярные плоскости. Найти сумму площадей кругов, по которым эти плоскости пересекают шар.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

3

№ ____________ Регистрационный номер

Фамилия ____________

Имя ____________

Отчество ____________

Школа № ____________

____________ (не заполнять)

____________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика. И.В.Курчатова,
Математический тур, 11 класс. Вариант № 3

РОСАТОМ

1. При каких значениях y неравенство $\dfrac{(x-y+3)(3x+2y-6)}{3x-8y+6}\le 0$ выполняется при всех $x\in[-6;-2]$? Найти наибольшее целое решение неравенства при $y=3$.

2. Найти x, для которых геометрическая прогрессия b_n с первым членом $b_1=\sin 2x$ и знаменателем $q=2\sin x$ является убывающей последовательностью. При каких x последовательность b_n является бесконечно убывающей геометрической прогрессией с суммой $\cos x$?

3. Целое четырехзначное положительное число a удовлетворяет трем условиям: 1) сумма цифр сотен и десятков числа a в три раза больше цифры единиц; 2) цифра десятков равна цифре числа сотен; 3) разность между числом, записанным теми же цифрами, но взятыми в обратном порядке и числом a равна 4995. Найти число a.

4. Найти цифры x и y такие, что число записанное цифрами $\overline{3457xy}$ при делении на 3 и 5 имеет остаток 2 и 3 соответственно.

5. При каких a - решениях уравнения $\left|\cos\dfrac{\pi a}{2}\right|=1$ - неравенство

$$\frac{\log_{x+6}\left(a^2-3a+2\right)-1}{a^2-8a+15}\le 0$$ выполняется для хотя бы одного $x\in[-4;6]$?

6. Около треугольника ABC, длины сторон которого равны $2,\sqrt{3}$, и $\sqrt{3}$, описана окружность. Продолжения медиан треугольника ABC пересекают окружность в точках M, N и L. Найти площадь треугольника MNL.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

3

№ ____________ Регистрационный номер

Фамилия ____________

Имя ____________

Отчество ____________

Школа № ____________

____________ (не заполнять)

____________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика. И.В.Курчатова,
Математический тур, 10 класс. Вариант № 3

РОСАТОМ

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=3x-1$ на множестве решений уравнения: $\dfrac{9}{x-2}+\dfrac{4}{x+3}=x$.

2. Решить уравнение: $\sqrt{4-\sqrt{4+x}}=x$

3. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2-11x+4=0$. Найти все уравнения четвертой степени, корнями которого являются числа $x_1, x_2, \dfrac{1}{x_1}, \dfrac{1}{x_2}$.

Подсказка: для решения задачи не обязательно решать квадратное уравнение.

4. При каких значениях a неравенство $\dfrac{x^2+(a-4)x-2a^2-2a+4}{(x+2a)(x+a+1)}\ge 0$ выполняется при любых $x\ge 3$?

5. Через точку M, расположенную внутри шара радиуса 6 на расстоянии 4 от его центра, проведены три взаимно перпендикулярные плоскости. Найти сумму площадей кругов, по которым эти плоскости пересекают шар.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

4

№__________ Регистрационный номер

Фамилия ______________

Имя ______________

Отчество ______________

Школа № ________

__________ (не заполнять)

__________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В.Курчатова,
Математический тур, 11 класс. Вариант № 4

1. При каких значениях y неравенство $\dfrac{(5x-3y+9)(x+y-3)}{x-3y-3} \ge 0$ выполняется при всех $x \in [-1;1]$? Найти наименьшее целое решение неравенства при $y=-2$.

2. Найти x, для которых геометрическая прогрессия b_n с первым членом $b_1 = \cos 2x$ и знаменателем $q = 2\cos x$ является возрастающей последовательностью. При каких x последовательность b_n является бесконечно убывающей геометрической прогрессией с суммой $-\dfrac{7}{3}$?

3. Целое четырехзначное положительное число a удовлетворяет трем условиям: 1) сумма цифр тысяч и единиц числа a равна цифре сотен; 2) разность между цифрами десятков и тысяч равна цифре единиц; 3) разность между числом, записанным теми же цифрами, но взятыми в обратном порядке и числом a равна 6993. Найти число a.

4. Найти цифры x и y такие, что число записанное цифрами $\overline{4321xy}$ при делении на 7 и 8 имеет остаток 3 и 4 соответственно.

5. При каких a - решениях уравнения $|\cos(2\pi a)| = 1$ - неравенство

$$\frac{\log_{\ldots}\left(a^2+2a-3\right)-1}{a^2-7a+12} < 0$$ выполняется для хотя бы одного $x \in \left[-\dfrac{11}{4};7\right]$?

6. Около треугольника ABC, длины сторон которого равны $2, \sqrt{5}$, и $\sqrt{5}$, описана окружность. Продолжения медиан треугольника ABC пересекают окружность в точках M, N и L. Найти площадь треугольника MNL.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.

4

№__________ Регистрационный номер

Фамилия ______________

Имя ______________

Отчество ______________

Школа № ________

__________ (не заполнять)

__________ Личная подпись

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады
школьников «Росатом» и конкурса «Юниор»,
Олимпиада имени академика И.В.Курчатова,
Математический тур, 10 класс. Вариант № 4

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 - x$ на множестве решений уравнения: $\dfrac{9}{x+5} + \dfrac{25}{x-3} = x$.

2. Решить уравнение: $\sqrt{5-\sqrt{5+x}} = x$

3. Числа x_1 и x_2 являются корнями уравнения $x^2 - 9x + 5 = 0$. Найти все уравнения четвертой степени, корнями которого являются числа $x_1, x_2, \dfrac{1}{x_1}, \dfrac{1}{x_2}$

Подсказка: для решения задачи не обязательно решать квадратное уравнение.

4. При каких значениях a неравенство $\dfrac{x^2+2x-a^2+4a-3}{(x+a)(x-3a)} > 0$ выполняется при любых $x \le -6$?

5. Через точку M, расположенную внутри шара радиуса 7 на расстоянии 5 от его центра, проведены три взаимно перпендикулярные плоскости. Найти сумму площадей кругов, по которым эти плоскости пересекают шар.

Председатель методической комиссии,
январь 2013 г.