



№ _____
Регистрационный номер

Школа № _____

Фамилия _____ (не заполнять)

Имя _____

Отчество _____

Личная подпись _____

1

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 1

1. Сколько целых чисел не являются решениями неравенства:

$$\frac{(x-2)(x+1)}{x+3} \leq |x+1| \text{ и какие они?}$$

2. Изобразить на единичном тригонометрическом круге точки, соответствующие решениям уравнения: $2\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0$. Эти точки являются вершинами многоугольника, вписанного в круг. Найти его площадь.

3. Сколько членов арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 2$ и разностью $d = 5$, не превосходящих 1000, делится на 8? Найти наибольший среди них.

4. Решить уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{2} \text{НОД}(6; x)\right) \cdot \cos\frac{\pi x}{4} = 0$.

Найти наименьшее решение, делящееся на 10.

5. Решения $(x; y)$ системы неравенств $\begin{cases} y \geq |x|, \\ y - 4 - \sin \varphi \leq -|x - 1 - \cos \varphi| \end{cases}$

являются координатами точек множества $D((\varphi))$ на плоскости. Докажите, что это множество прямоугольник. При каком значении φ прямоугольник $D((\varphi))$ является квадратом? При каком значении φ диагональ $D((\varphi))$ имеет максимально возможную длину?

6. Точки M и N - концы отрезка MN длины 2 - расположены внутри куба с ребром 3. Найти минимально возможное расстояние между серединой отрезка MN и вершинами куба.

Председатель методической комиссии,
18 декабря, 2011 г.



№ _____
Регистрационный номер

Школа № _____

Фамилия _____ (не заполнять)

Имя _____

Отчество _____

Личная подпись _____

2

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 2

1. Найти целые числа, не удовлетворяющие неравенству:

$$\frac{(x+2)(x-3)}{x+4} \leq 3|x+2|?$$

2. Изобразить на единичном тригонометрическом круге точки, соответствующие решениям уравнения: $\sin^2 x - 6\sin x \cdot \cos x + 5\cos^2 x = 0$. Эти точки являются вершинами многоугольника, вписанного в круг. Найти его площадь.

3. Сколько членов арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 3$ и разностью $d = 7$, не превосходящих 250, делится на 9? Найти наименьший среди них.

4. Решить уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{2} \text{НОД}(4; x)\right) \cdot \sin\frac{\pi x}{4} = 0$.

Найти наименьшее решение, делящееся на 22.

5. Решения $(x; y)$ системы неравенств $\begin{cases} y \geq |x|, \\ y - 5 - 2\sin \varphi \leq -|x - 1 - 2\cos \varphi| \end{cases}$

являются координатами точек множества $D((\varphi))$ на плоскости. Докажите, что это множество прямоугольник. При каком значении φ прямоугольник $D((\varphi))$ является квадратом? При каком значении φ диагональ $D((\varphi))$ имеет минимально возможную длину?

6. Точки M и N - концы отрезка MN длины 4 - расположены внутри куба с ребром 3. Найти минимально возможное расстояние между серединой отрезка MN и вершинами куба.

Председатель методической комиссии,
18 декабря, 2011 г.



№ _____
Регистрационный
номер
Школа № _____

Фамилия _____
(не заполнять)
Имя _____
Отчество _____
Личная подпись _____

3

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 3

1. Сколько целых отрицательных чисел не являются решениями неравенства:

$$\frac{2(x+4)(x-3)}{x-2} \leq |x+4| \text{ и какие они?}$$

2. Изобразить на единичном тригонометрическом круге точки, соответствующие решениям уравнения: $\sin^2 x - 3 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0$. Эти точки являются вершинами многоугольника, вписанного в круг. Найти его площадь.

3. Сколько членов арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 4$ и разностью $d = 9$, не превосходящих 1500, делится на 11? Найти наибольший среди них.

4. Решить уравнение: $\cos\left(\frac{\pi}{6} \text{НОД}(6; x+3)\right) \cdot \cos \frac{\pi x}{4} = 0$.

Найти наименьшее решение, делящееся на 43.

5. Решения $(x; y)$ системы неравенств
$$\begin{cases} y \geq |x|, \\ y - 6 - 2 \sin \varphi \leq -|x + 2 - 2 \cos \varphi| \end{cases}$$

являются координатами точек множества $D((\varphi))$ на плоскости. Докажите, что это множество прямоугольник. При каком значении φ прямоугольник $D((\varphi))$ является квадратом? При каком значении φ периметр $D((\varphi))$ максимально возможный?

6. Точки M и N - концы отрезка MN длины 6 - расположены внутри куба с ребром 4. Найти минимально возможное расстояние между серединой отрезка MN и вершинами куба.

Председатель методической комиссии,
18 декабря, 2011 г.



№ _____
Регистрационный
номер
Школа № _____

Фамилия _____
(не заполнять)
Имя _____
Отчество _____
Личная подпись _____

4

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 4

1. Найти целые числа, не являющиеся решениями неравенства:

$$\frac{(x-2)(x+1)}{x+3} \leq 2|x+1|?$$

2. Изобразить на единичном тригонометрическом круге точки, соответствующие решениям уравнения: $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$. Эти точки являются вершинами многоугольника, вписанного в круг. Найти его площадь.

3. Сколько членов арифметической прогрессии с первым членом $a_1 = 5$ и разностью $d = 11$, не превосходящих 2000, делится на 7? Найти наименьший среди них.

4. Решить уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{4} \text{НОД}(4; x-5)\right) \cdot \sin \frac{\pi x}{4} = 0$.

Найти наименьшее решение, делящееся на 26.

5. Решения $(x; y)$ системы неравенств

$$\begin{cases} y \geq |x|, \\ y - 12 - 2\sqrt{2} \sin \varphi \leq -|x - 2 - 2\sqrt{2} \cos \varphi| \end{cases}$$
 являются координатами точек множества $D((\varphi))$ на плоскости. Докажите, что это множество прямоугольник.

При каком значении φ прямоугольник $D((\varphi))$ является квадратом? При каком значении φ периметр $D((\varphi))$ минимально возможный?

6. Точки M и N - концы отрезка MN длины 8 - расположены внутри куба с ребром 5. Найти минимально возможное расстояние между серединой отрезка MN и вершинами куба.

Председатель методической комиссии,
18 декабря, 2011 г.