



Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ  
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников  
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 1

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \cos 4x$  на множестве  $M$ -решений уравнения:  $\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = 0$ .

2. В арифметической прогрессии первый член равен  $a_1 = \frac{22}{17}$ , разность  $d = -\frac{6}{17}$ .

Сколько целых чисел находится в первых ста членах прогрессии. Найти наименьший среди них и его номер.

3. Сколько решений имеет уравнение:

$$\text{НОД}(3; x) = \text{НОД}(5; y) - 2,$$

если  $1 \leq x \leq 100$ ,  $200 \leq y \leq 300$ ? Найти ту пару  $(x; y)$ , для которой величина  $x^2 + y^2$  минимально возможная?

4. Найти наименьшее возможное число целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| < 10 \\ y > kx. \end{cases}$$

При каких  $k$  оно достигается?

5. Для каждого значения  $a \in [1; 5]$  найти решения уравнения:  $\sin ax + \cos ax = 1$  на отрезке  $[0; \pi]$ . Сколько решений на этом отрезке имеет уравнение при  $a = 4,25$ ?

6. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  расположены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM : MA_1 = 1 : 2$ ,  $CN : NC_1 = 2 : 3$ . Через точки  $M$  и  $N$ , параллельно ребру  $A_1 D_1$  проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если ребро куба равно 15.

Председатель методической комиссии,  
10 декабря, 2011 г.



Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ  
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников  
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 2

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \sin 4x$  на множестве  $M$ -решений уравнения:  $\sin x \cdot \cos 2x \cdot \sin 3x = 0$ .

2. В арифметической прогрессии первый член равен  $a_1 = 3$ , разность  $d = \frac{7}{13}$ .

Сколько целых чисел находится в первых двухстах членах прогрессии. Найти наибольший среди них и его номер.

3. Сколько решений имеет уравнение:

$$\text{НОД}(5; x - 1) + \text{НОД}(7; y + 2) = 12,$$

если  $22 \leq x \leq 35$ ,  $17 \leq y \leq 42$ ? Найти ту пару  $(x; y)$ , для которой величина  $x^2 + y^2$  максимально возможная?

4. Найти наибольшее возможное число целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| < 8 \\ y < kx. \end{cases}$$

При каких  $k$  оно достигается?

5. Для каждого значения  $a \in \left[2; \frac{9}{2}\right]$  найти решения уравнения:

$\sin ax - \cos ax = \sqrt{2}$  на отрезке  $[\pi; 2\pi]$ . Сколько решений на этом отрезке имеет уравнение при  $a = 4$ ?

6. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  расположены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM : MA_1 = 2 : 1$ ,  $CN : NC_1 = 3 : 1$ . Через точки  $M$  и  $N$ , параллельно ребру  $A_1 D_1$  проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если ребро куба равно 12.

Председатель методической комиссии,  
10 декабря, 2011 г.



3

Олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ  
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников  
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 3

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \cos 8x$  на множестве  $M$  - решений уравнения:  $\cos x \cdot \sin 2x \cdot \cos 3x = 0$ .

2. В арифметической прогрессии первый член равен  $a_1 = 2$ , разность  $d = -\frac{5}{12}$ .

Сколько целых чисел находится в первых трехстах членах прогрессии. Найти наименьший среди них и его номер.

3. Сколько решений имеет уравнение:

$$\text{НОД}(3; x+2) = \text{НОД}(7; y-1) - 6,$$

если  $11 \leq x \leq 153$ ,  $17 \leq y \leq 240$ ? Найти ту пару  $(x; y)$ , для которой величина  $x^2 + y^2$  минимально возможная?

4. Найти наименьшее возможное число целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| < 9 \\ y > kx. \end{cases}$$

При каких  $k$  оно достигается?

5. Для каждого значения  $a \in [3; 5]$  найти решения уравнения:

$\sin ax + \sqrt{3} \cos ax = 2$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ . Сколько решений на этом отрезке

имеет уравнение при  $a = 4$ ?

6. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  расположены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM : MA_1 = 3 : 4$ ,  $CN : NC_1 = 1 : 2$ . Через точки  $M$  и  $N$ , параллельно ребру  $A_1 D_1$  проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если ребро куба равно 21.

Председатель методической комиссии,  
10 декабря, 2011 г.



4

Олимпиады

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ  
Отборочный тур Отраслевой физико-математической олимпиады школьников  
«Росатом», Математический тур, 11 класс. Вариант № 4

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2 \sin 16x$  на множестве  $M$  - решений уравнения:  $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x = 0$ .

2. В арифметической прогрессии первый член равен  $a_1 = \frac{17}{7}$ , разность  $d = \frac{3}{14}$ .

Сколько целых чисел находится в первых четырехстах членах прогрессии. Найти наибольший среди них и его номер.

3. Сколько решений имеет уравнение:

$$\text{НОД}(5; x-3) + 6 = \text{НОД}(11; y+5),$$

если  $13 \leq x \leq 127$ ,  $243 \leq y \leq 401$ ? Найти ту пару  $(x; y)$ , для которой величина  $x^2 + y^2$  максимально возможная?

4. Найти наибольшее возможное число целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| < 11 \\ y < kx. \end{cases}$$

При каких  $k$  оно достигается?

5. Для каждого значения  $a \in [2; 3]$  найти решения уравнения:

$\sqrt{3} \sin ax - \cos ax = \sqrt{3}$  на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ . Сколько решений на этом отрезке

имеет уравнение при  $a = 3$ ?

6. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  на ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  расположены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM : MA_1 = 5 : 3$ ,  $CN : NC_1 = 2 : 3$ . Через точки  $M$  и  $N$ , параллельно ребру  $A_1 D_1$  проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если ребро куба равно 40.

Председатель методической комиссии,  
10 декабря, 2011 г.