

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №357

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

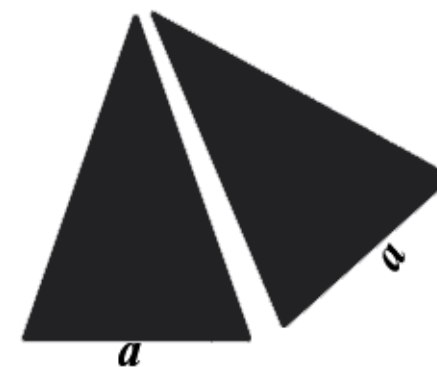


рис. 2

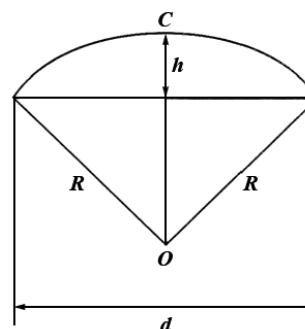


рис. 3



рис. 4

Никита купил зонт (см. рис. 4 выше). Его купол в раскрытом виде напоминает часть сферы. На самом деле он состоит из восьми треугольных клиньев, каждый из которых образован двумя спицами и натянутой между ними тканью (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Спицы и эластичная ткань позволяют зонту приобретать заданную форму.

Если зонт раскрыт, то попарно противоположные спицы образуют четыре равные дуги окружностей радиуса R . На эти дуги действительно можно было бы «натянуть» часть сферы, если бы ткань могла держать идеально сферическую форму. Эту часть сферы обозначим U .

Расстояние между концами соседних спиц раскрытого зонта равно $a = 46$ см, а высота купола h равна 30 см. Расстояние между концами противоположных спиц, образующих одну из четырёх дуг, равно $d = 120$ см (см. рис. 3 выше).

1. Длина одной спицы у раскрытого зонта равна 69,6 см. При закрытии зонта спицы одновременно складываются. Длина зонта в сложенном виде равна 24,9 см, длина ручки равна 7,5 см (см. рис. 4 выше). Во сколько раз складывается каждая спица?

Ответ: _____.

2. Площадь ткани, которая пошла на изготовление зонта без учёта обрезков, равна сумме площадей треугольников между спицами. Найдите площадь (в см^2) ткани, необходимой для изготовления такого зонта, если высота каждого равнобедренного треугольника, проведённая к основанию, равна 65,6 см. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

3. Вычислите радиус R (в см) сферы, частью которой является U .

Ответ: _____.

4. Чему равна площадь S части сферы U . Искомое значение посчитайте по формуле $S = 2\pi Rh$, где π – отношение длины окружности к её диаметру. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

5. На фабрике стоимость продажи одного зонта рассчитывают следующим образом. Закупочная цена одной спицы равна 35 рублей, а одного квадратного метра ткани – 150 рублей. Закупочная стоимость одной ручки и одного раздвижного механизма в сумме составляет 200 руб. При этом на пошив одного зонта с учётом обрезков закладывается наименьшее целое число квадратных метров ткани, достаточное для получения восьми треугольников. Получившуюся в результате сумму (в рублях) увеличивают на 120%. По какой цене (в рублях) можно приобрести зонт в магазине при этой фабрике?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{0,3 \cdot 7,5}{0,5}$.

Ответ: _____.

7. Даны числа $9 < A < 9,5$, $9,5 < B < 10$, $10 < C < 10,5$, $10,5 < D < 11$. Какому из чисел равно число $\sqrt{85}$?

1) A

2) B

3) C

4) D

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $-6ab - (3a - b)^2$ при $a = \sqrt{8}$ и $b = \sqrt{8}$.

Ответ: _____.

9. Квадратный трёхчлен разложен на множители: $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - a)$. Найдите a .

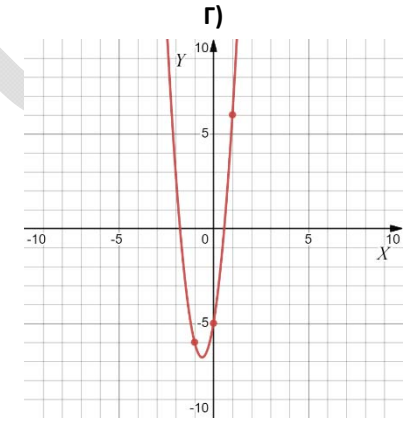
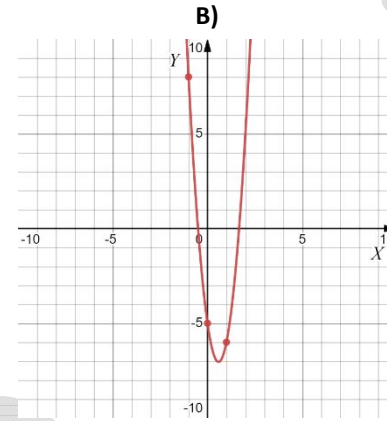
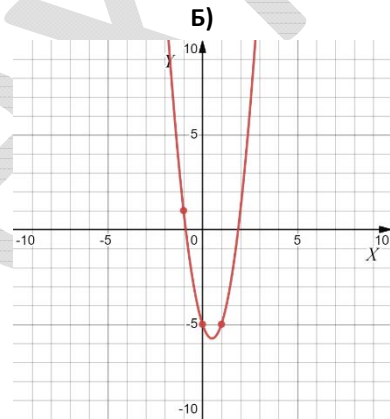
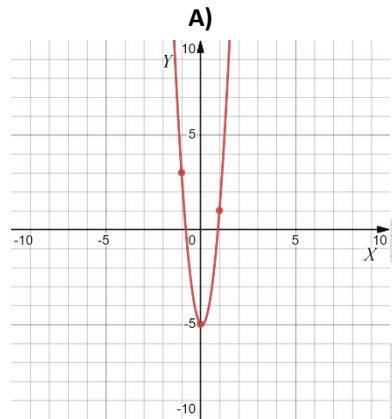
a .

Ответ: _____.

10. Если шахматист A играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста B с вероятностью 0,56. Если A играет чёрными, то A выигрывает у B с вероятностью 0,3. Шахматисты A и B играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что A выиграет оба раза.

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Также на каждом графике отмечены по три точки с целыми координатами. Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают. В ответе запишите последовательность четырёх цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



- 1) $y = 5x^2 + 6x - 5$ 2) $y = 7x^2 - x - 5$ 3) $y = 6x^2 - 7x - 5$ 4) $y = 3x^2 - 3x - 5$

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = pr$, где r — радиус вписанной окружности, а $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$, где a, b, c — длины сторон треугольника. Вычислите длину стороны c , если $S = 24$, $a = 8$, $b = 6$, $r = 2$.

Ответ: _____.

13. Решите неравенство $x^2 < 361$.

- 1) $(-\infty, -19) \cup (19, +\infty)$ 2) $(-\infty, -19] \cup [19, +\infty)$ 3) $(-19, 19)$ 4) $[-19, 19]$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Алик, Миша и Вася покупали блокноты и трёхрублёвые карандаши. Причём блокнот дороже карандаша. Алик купил 2 блокнота и 4 карандаша, Миша — блокнот и 6 карандашей, Вася — блокнот и 3 карандаша. Оказалось, что суммы, которые уплатили Алик, Миша и Вася, образуют геометрическую прогрессию. Сколько рублей стоит блокнот?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.

Ответ: _____.

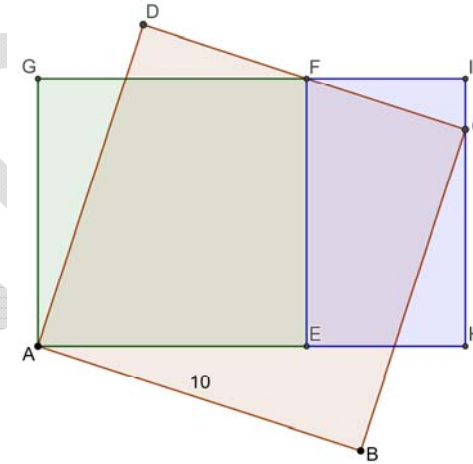
16. Дана окружность ω с центром в точке O . В этой окружности провели диаметры AC и BD . Величина угла AOD равна 110° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

17. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 28, а острый угол, прилежащий к нему, равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____.

18. Даны квадраты $ABCD$ и $AEFG$, а также прямоугольник $EHIF$. Точка C лежит на отрезке IH и отлична от точек I и H . Точка F лежит на отрезке DC . Найдите площадь прямоугольника $AHIG$, если известно, что $AB = 10$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.
- 2) Смежные углы всегда равны.
- 3) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите значение выражения $\frac{(a+b)(a-b)^3 - (a-b)(a+b)^3}{ab(a+b)(a-b)}$ при

$$a = \sqrt{5 + \sqrt{7 + \sqrt{11}}} \text{ и } b = 1,234567.$$

21. Игорь и Паша красят забор за 12 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 14 часов, а Володя и Игорь – за 28 часов. За сколько минут мальчики покрасят забор, работая втроем?

22. Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}.$$

Определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 14, а одна из диагоналей ромба равна 56. Найдите градусную меру большего угла ромба.

24. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Причём точка E лежит на стороне AD . Докажите, что треугольник ABE подобен треугольнику CBF .

25. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 32$, $AC = 64$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .