

## Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант №342

## Уровень 1

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

## Модуль «Алгебра»

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**



рис. 1

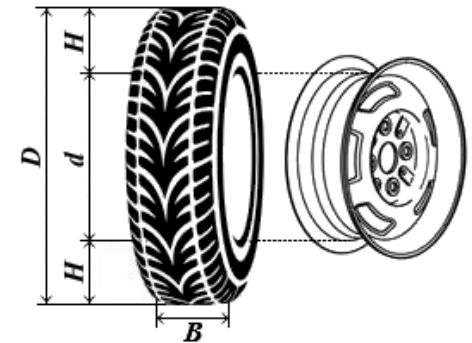


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр  $B$  на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр  $H$  на рисунке 2) к ширине шины, то есть  $100 \cdot \frac{H}{B}$ .

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква  $R$

означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса  $d$  в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса  $D$  легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 185/55 R15.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

**1.** В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже).

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 14 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	14	15	16
185	185/60	185/55	–
195	195/55	195/55, 195/50	–
205	–	205/50	205/50
215	–	–	215/45

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 195/55 R15 больше, чем радиус колеса с шинами маркировки 205/50 R15?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 195/55R14?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите диаметр (в мм) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Андрей планирует заменить зимнюю резину на летнюю на своём автомобиле. Для каждого из четырёх колёс последовательно выполняются четыре операции: снятие колеса, замена шины, балансировка колеса, установка колеса. Он выбирает между автосервисами А и Б. Затраты на дорогу и стоимость операций даны в таблице (см. ниже).

Сколько рублей заплатит Андрей за замену резины на своём автомобиле, если выберет самый дешёвый вариант?

Автосервис	А	Б
Суммарные затраты на дорогу (руб.)	240	380
Стоимость снятия колеса (руб./колесо)	65	58
Замена шины (руб./колесо)	220	190
Балансировка колеса (руб./колесо)	230	200
Установка колеса (руб./колесо)	65	58

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\frac{1}{5} + \frac{19}{20}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Какое из следующих чисел заключено между числами  $\frac{5}{18}$  и  $\frac{4}{11}$ ?

- 1) 0,2                      2) 0,3                      3) 0,4                      4) 0,5

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Найдите значение выражения  $b + \frac{6a - b^2}{b}$  при  $a = -43$  и  $b = 40$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Решите уравнение:

$$3x + 5 + (x + 5) = (1 - x) + 4.$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых значение хотя бы одной из функций  $f(x)$  и  $g(x)$  больше  $h(x)$ . Установите соответствие между функциями  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  и значениями  $x$ . В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А)  $f(x) = x^2 + 5x + 3$ ,  $g(x) = \frac{8+x}{2-x}$ ,  $h(x) = 3$

Б)  $f(x) = x^2 - 6x$ ,  $g(x) = \frac{4+x}{22-3x}$ ,  $h(x) = x - 10$

В)  $f(x) = \sqrt{x+2}$ ,  $g(x) = \frac{37-x^2}{3-x}$ ,  $h(x) = x - 4$

Г)  $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ,  $g(x) = \frac{33-x^2}{3-x}$ ,  $h(x) = -x + 1$

1)  $x \in (-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$

2)  $x \in (-3; +\infty)$

3)  $x \in (-\infty; +\infty)$

4)  $x \in (-\infty; -5) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Используя формулу закона всемирного тяготения  $F = \frac{GmM}{r^2}$ , найдите массу  $m$  (в килограммах), если  $F = 13,4$  Н,  $r = 5$  м,  $M = 5 \cdot 10^9$  кг и гравитационная постоянная  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  м<sup>3</sup>/(кг·с<sup>2</sup>). Известно, что  $1 \text{ Н} = 1 \text{ (кг·м)}/\text{с}^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. Решите неравенство  $4x - x^2 < 0$ .

- 1)  $(-4; 0)$       2)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$       3)  $(0; 4)$       4)  $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 4000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 9500 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал компании «Бета» был больше капитала компании «Альфа» к концу 2007 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Модуль «Геометрия»**

15. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC = 65$ ,  $AC = 50$ . Найдите длину медианы  $BM$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

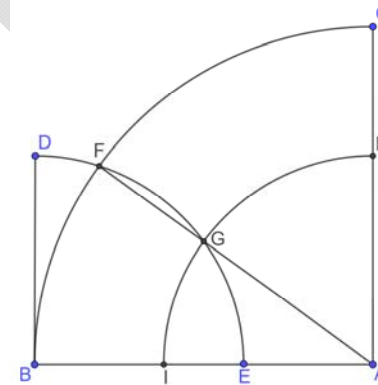
16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $45^\circ$ ,  $AB = 6\sqrt{2}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_.

17. Найдите длину средней линии трапеции  $ABCD$ , если известно, что  $A(0; 0)$ ,  $B(7; 0)$ ,  $C(6; 5)$ ,  $D(3; 5)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

18. Даны три четверти окружности (см. рис.). Причём  $BI = EA$ . Точки  $F$ ,  $G$ ,  $A$  лежат на одной прямой. Найдите градусную меру угла  $CAF$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Смежные углы равны.
- 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 3) Если угол равен  $108^\circ$ , то вертикальный с ним равен  $108^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

## Модуль «Алгебра»

20. При каких натуральных значениях  $n$  выражение  $\frac{n^2 + 5n - 8}{n + 3}$  является целым числом?

21. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 11% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

22. Постройте график функции  $y = \begin{cases} \frac{5}{x}, & \text{если } x \leq -1 \\ -x^2 + 4x, & \text{если } x > -1 \end{cases}$ . Определите, при каких значениях  $a$  прямая  $y = a$  имеет с графиком ровно три общие точки.

## Модуль «Геометрия»

23. Прямая, параллельная основаниям  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$ , проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и пересекает ее боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD = 10$ ,  $BC = 15$ .

24. В окружности с центром  $O$  проведены две равные хорды  $KL$  и  $MN$ . На эти хорды опущены перпендикуляры  $OH$  и  $OS$ . Докажите, что  $OH$  и  $OS$  равны.

25. Высоты остроугольного треугольника  $ABC$ , проведённые из точек  $B$  и  $C$ , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Оказалось, что отрезок  $B_1C_1$  проходит через центр описанной окружности. Найдите градусную меру угла  $BAC$ .