

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №338

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

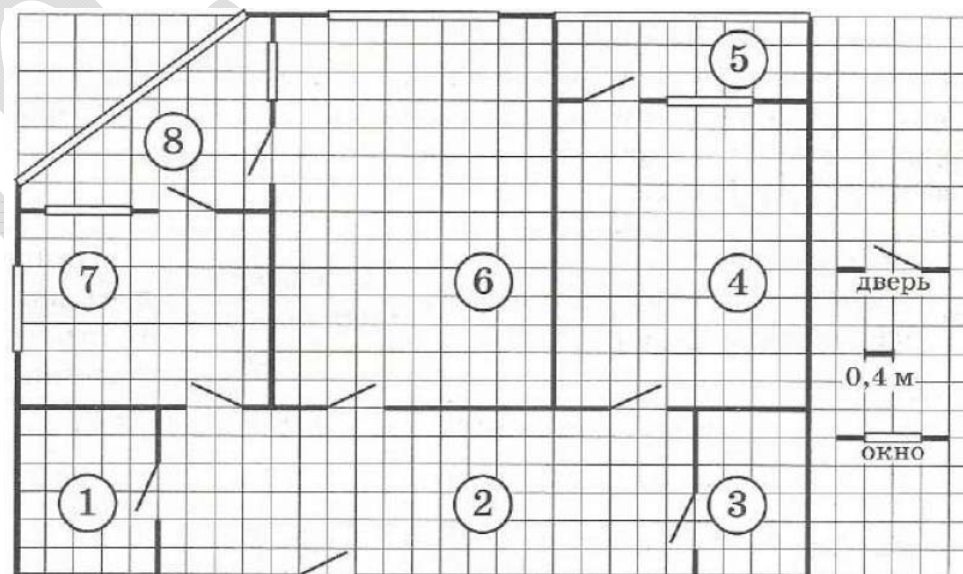
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. рис. выше) изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Кроме неё в квартире есть ещё два помещения без окон – это санузел и кладовая, причём площадь кладовой меньше площади санузла. В квартире имеются две застеклённые лоджии. Одна из них – прямоугольной формы – примыкает к спальне. Другая – угловая. В кухне располагаются два одинаковых по ширине окна:

одно выходит на улицу, а другое – на лоджию. В гостиной тоже два окна, но они разной ширины: узкое выходит на лоджию, а широкое – на улицу.

1. Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Помещения	гостиная	прихожая	спальня	кухня	санузел
Цифры					

Ответ: _____.

2. Плитка для пола размером 30 × 30 см продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол лоджии, примыкающей к спальне?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в м²) угловой лоджии.

Ответ: _____.

4. Сколько процентов составляет площадь гостиной от площади всей квартиры (вместе с лоджиями)? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице (см. ниже). Планируется купить стиральную машину с фронтальной загрузкой, по глубине не превосходящую 42 см. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость машины (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины без доставки)	Габариты (высота × ширина × глубина) (см)
А	7	верт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 40
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	85 × 60 × 40
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 44
Д	6	фронт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Е	6	верт.	27 600	2 300	0	89 × 60 × 40
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	89 × 60 × 40
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	85 × 60 × 42
И	5	фронт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40
К	5	верт.	27 000	1 800	10	85 × 60 × 40

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $8 \cdot \sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[4]{81}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $a+b+c=3$.

Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{a\sqrt{a}}{(a+b^2)(b+c)} + \frac{b\sqrt{b}}{(b+c^2)(c+a)} + \frac{c\sqrt{c}}{(c+a^2)(a+b)}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{1}{4}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{3}{4}$

4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\left(\frac{a}{b-a}\right)^{-2} - \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^2 - ab}\right)^2 \cdot \frac{a^4}{a^2b^2 - b^4}$, если

$$a = 2,46, \quad b = 7,54.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ 4x+3y+2z=0 \\ (x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 29 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $4x_1 + 3y_1 + 3z_1 + x_2 + 4y_2 + 5z_2$, где $(x_1; y_1; z_1)$

– решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Отмечены вершины и середины сторон правильного десятиугольника (то есть всего отмечено 20 точек). Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in [0; 1) \cup (1; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = \frac{1}{x}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-14)$

Б) $f(12)$

В) $f(-11)$

1) $\frac{576}{20449}$

2) $\frac{784}{38025}$

3) $\frac{121}{3600}$

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника S можно вычислить по формуле $S = \frac{1}{2}ah_a$, где a – сторона треугольника, h – высота, проведенная к этой стороне. Пользуясь этой формулой, найдите сторону a , если площадь треугольника равна 28, а высота h равна 14.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство (здесь $\sqrt[3]{-125} = -5$):

$$x^3 + 1 \leq 2\sqrt[3]{2x-1}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left[\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$

2) $\left[\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1\right]$

3) $\left(-\infty; \frac{-\sqrt{5}-1}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{5}-1}{2}; 1\right]$

4) $\left[\frac{-\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right]$

Ответ: _____.

14. Для асфальтирования участка длиной 99 м используются 2 катка. Первый каток был установлен в одном конце участка, второй — в противоположном. Работать они начали одновременно. Первый каток в каждую минуту проходил 5 м, а второй каток за первую минуту прошел 1,5 м, а за каждую следующую минуту проходил на 0,5 м больше, чем за предыдущую. Через сколько минут катки встретились?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Хорда CD , перпендикулярная диаметру AB окружности, делит его в отношении $1:3$. Найдите градусную меру угла CBD . В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

16. Две прямые касаются окружности с центром O в точках A и B пересекаются в точке C . Найдите градусную меру острого угла между этими прямыми, если $\angle ABO = 40^\circ$.

Ответ: _____.

17. Сторона квадрата равна 1. Через его центр проведена прямая. Вычислите сумму квадратов расстояний от четырёх вершин квадрата до этой прямой.

Ответ: _____.

18. На сторонах AB и BC треугольника ABC внешним образом построены параллелограммы $ABPQ$ и $CBPR$; P — точка пересечения продолжений их сторон, параллельных AB и BC . На стороне AC построен параллелограмм, вторая сторона которого равна и параллельна BP . Найдите значение выражения $\frac{S_{ACRQ}}{S_{ABPQ} + S_{CBPR}}$, где

S_Φ — площадь четырёхугольника Φ .

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.
- 4) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x + \frac{3x-y}{x^2+y^2} = 3 \\ y - \frac{x+3y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases}$$

21. Про шесть различных натуральных чисел известно, что наименьшее общее кратное любых двух из них делится хотя бы на одно из чисел 15, 21 или 35. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из этих шести чисел?

22. Найдите все действительные значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$|3\sin^2 x + 2a \sin x \cos x + \cos^2 x + a| \leq 3$$

выполняется для любых действительных значений x .

Модуль «Геометрия»

23. На сторонах AB и BC правильного треугольника ABC взяты точки M и N так, что прямые MN и AC параллельны. Известно, что E — середина отрезка AN , D — центр окружности, описанной около треугольника BNM . Найдите градусные меры внутренних углов треугольника CDE . В ответе запишите произведение найденных значений.

24. Пусть M и N — середины сторон BC и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$. Докажите, что $S_{ABCD} < 4S_{AMN}$, где S_{ABCD} — площадь четырехугольника $ABCD$, а S_{AMN} — площадь треугольника AMN .

25. Дан остроугольный треугольник ABC , в котором провели биссектрису AL . При этом $BL > LC$. На отрезках AL , AC , AB отметили точки D , E , F соответственно таким образом, что $\angle EDA = \angle DCB$ и $\angle ADF = \angle CBD$. Серединный перпендикуляр к стороне BC пересекает прямую AC в точке X . Окружность ω_1 с центром в точке O_1 проходит через точки D , E , X . Окружность ω_2 с центром в точке O_2 проходит через точки A , C , D . Прямые BC и FE пересекаются в точке P . Найдите градусную меру угла O_1O_2P .