

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №329

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

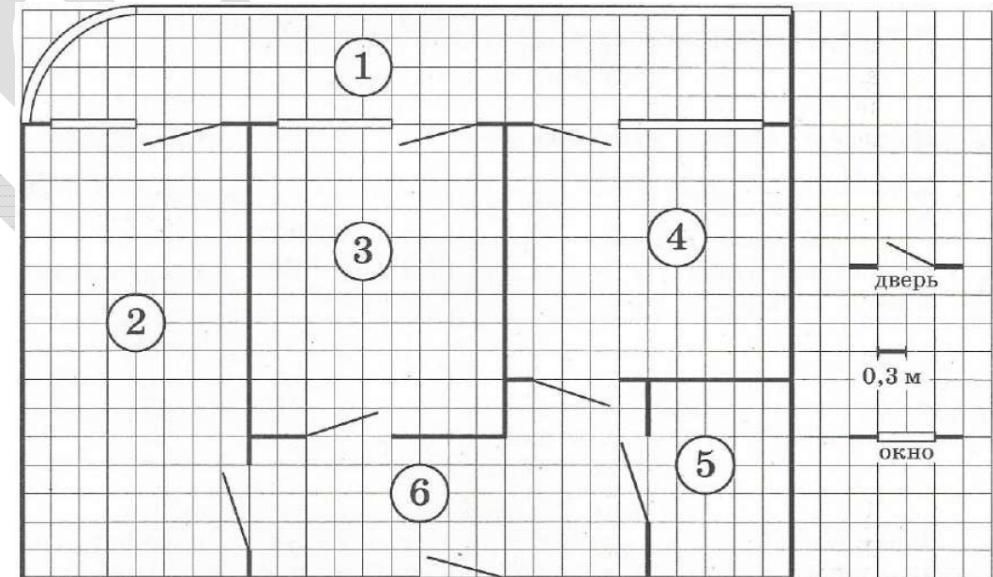
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры с панорамной лоджией в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна (и остекления лоджии), а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,3 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Самое большое по площади помещение – гостиная. В спальне, гостиной и кухне есть двери и окна, выходящие в лоджию, но в кухне окно шире, чем в других комнатах. Остекление лоджии со стороны гостиной закруглено. В квартире есть два помещения, в которых

нет окон, — это прихожая и санузел.

1. Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Помещения	Гостиная	кухня	санузел	спальня	прихожая
Цифры					

Ответ: _____.

2. Найдите радиус закругления (в см) остекления лоджии со стороны гостиной.

Ответ: _____.

3. Плитка для пола размером 15×20 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол кухни?

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь кухни больше площади прихожей?

Ответ: _____.

5. В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице (см. ниже). Планируется купить стиральную машину с вертикальной загрузкой, не превосходящую 85 см по высоте. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость машины (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины без доставки)	Габариты (высота × ширина × глубина) (см)
А	7	верт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 40
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	85 × 60 × 40
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 44
Д	6	фронт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Е	6	верт.	27 600	2 300	0	89 × 60 × 40
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	89 × 60 × 40
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	85 × 60 × 42
И	5	фронт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40
К	5	верт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{1\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{3}{125}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{2\sqrt{3(a^2+b^2+c^2)}+9\sqrt[3]{abc}}{a+b+c}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) 7 2) 6 3) 5 4) 4

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{(2a-b)^2+2b^2-3ab}{2a^{-1}+b^2} : \frac{4a^2-3ab}{2+ab^2}$ при $a=0,78$ и $b=\frac{7}{25}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x+2}{x-3} + \frac{x-6}{x-1} - \frac{x+6}{x-4} - \frac{x-10}{x} + 1 = 0.$$

В ответе запишите сумму кубов корней этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Натуральные числа от 1 до 100 расставлены по кругу в таком порядке, что каждое число либо больше обоих соседей, либо меньше обоих соседей. Пара соседних чисел называется хорошей, если при выкидывании этой пары вышеописанное свойство сохраняется. Какое минимальное количество хороших пар может быть?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x-f(y))=1-x-y.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|
| А) $f(2)$ | Б) $f(-9)$ | В) $f(10)$ |
| 1) $\frac{19}{2}$ | 2) $\frac{3}{2}$ | 3) $\frac{19}{2}$ |

Ответ: _____.

12. Найдите S из равенства $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, если $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$(2x+\sqrt{3})\sqrt{4-x^2} \leq x.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- | | |
|---|---|
| 1) $[-\sqrt{3}; -2\sin\frac{2\pi}{9}] \cup [2\sin\frac{4\pi}{9}; 2]$ | 2) $[-2; -\sqrt{3}] \cup [2\sin\frac{\pi}{9}; 2\sin\frac{2\pi}{9}]$ |
| 3) $[-2; -\sqrt{3}] \cup [-2\sin\frac{2\pi}{9}; 2\sin\frac{4\pi}{9}]$ | 4) $[-\sqrt{3}; -2\sin\frac{\pi}{9}] \cup [2\sin\frac{2\pi}{9}; 2]$ |

Ответ: _____.

14. В соревновании по стрельбе за каждый промах в серии из 25 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах — одно штрафное очко, за каждый последующий — на 0,5 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 7 штрафных очков?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольник, основание которого равно 48, а высота — 16, вписан прямоугольник с отношением сторон 5:9, причём большая сторона лежит на основании треугольника. Найдите периметр этого прямоугольника.

Ответ: _____.

16. В трапеции $ABCD$ диагональ AC перпендикулярна боковой стороне CD , а диагональ DB перпендикулярна боковой стороне AB . Продолжения боковых сторон AB и DC пересекаются в точке K , образуя треугольник AKD с углом 45° при вершине K . Площадь трапеции $ABCD$ равна 2. Найдите площадь треугольника AKD .

Ответ: _____.

17. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, равны между собой. Найдите площадь четырёхугольника, если его диагонали равны 8 и 12.

Ответ: _____.

18. В параллелограмме $ABCD$ на диагонали AC взята точка E , причём $AE:EC=2:5$, а на стороне AD взята такая точка F , что $AF:FD=1:2$. Найдите площадь четырёхугольника $ABGE$, где G — точка пересечения прямой FE со стороной BC , если известно, что площадь параллелограмма $ABCD$ равна 84.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку.
- 2) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180° .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в целых числах уравнение:

$$x^3 - y^3 = 2xy + 8.$$

21. Будем называть натуральное число интересным, если среди цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме других цифр этого числа. Например, интересными числами являются числа 1247, 6321. Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа?

22. Найдите все значения x , при каждом из которых неравенство

$$(2a - 6)x^2 + (32 - 10a)x - (8 + a) < 0$$

выполняется для всех a , удовлетворяющих условию $2 < a < 4$.

Модуль «Геометрия»

23. Точки A_1, \dots, A_{18} лежат на окружности с центром O , причем $\overline{OA_1} + \dots + \overline{OA_{18}} = 0$.

Найдите наименьшее значение выражения $\frac{XA_1 + \dots + XA_{18}}{R}$, где X – произвольная точка, а R – радиус окружности.

24. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности с центром O . В треугольнике AOB проведены высоты AA_1 и BB_1 , а в треугольнике COD – высоты CC_1 и DD_1 . Докажите, что точки A_1, B_1, C_1 и D_1 лежат на одной прямой.

25. Многоугольник площади B вписан в окружность площади A и описан вокруг окружности площади C . Найдите наименьшее возможное число λ такое, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{A+C}{B} = \lambda, \text{ где } n \text{ – число сторон многоугольника.}$$