

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №326

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

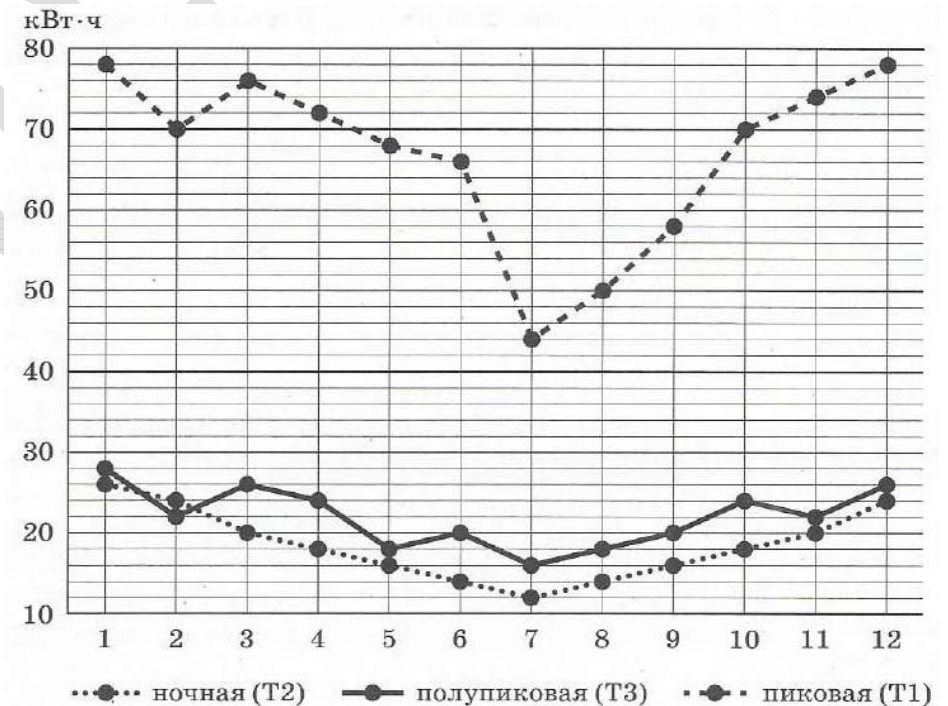
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



В жилых домах установлены бытовые электросчётчики, которые фиксируют расход электроэнергии в кВт·ч. Учёт расхода электроэнергии может быть однотарифным, двухтарифным или трёхтарифным.

При однотарифном учёте стоимость 1 кВт·ч электроэнергии не меняется в течение

суток. При двухтарифном и трёхтарифном учёте она различна в зависимости от времени суток. Сутки разбиты на периоды, называемые тарифными зонами.

В таблице (см. ниже) дана стоимость 1 кВт·ч электроэнергии в рублях в 2021 году.

В квартире у Николая Андреевича установлен трёхтарифный счётчик и в 2021 году он оплачивал электроэнергию по трёхтарифному учёту.

На рисунке (см. выше) показан расход электроэнергии в квартире Николая Андреевича по тарифным зонам за каждый месяц 2021 года. Для наглядности точки соединены линиями.

	I полугодие	II полугодие
Однотарифный учёт	5,47	5,66
Двухтарифный учёт:	х	х
ночная зона (23:00-07:00)	2,13	2,32
дневная зона (07:00-23:00)	6,29	6,51
Трёхтарифный учёт:	х	х
ночная зона (23:00-07:00)	2,13	2,32
полупиковая зона (10:00-17:00 и 21:00-23:00)	5,47	5,66
пиковая зона (07:00-10:00 и 17:00-21:00)	6,57	6,79

1. Пользуясь рисунком (см. выше), поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику расхода электроэнергии (см. табл. ниже).

Периоды	Характеристики
А) февраль-март	1) расход уменьшился во всех трёх тарифных зонах, но больше всего – в полупиковой зоне
Б) апрель-май	2) расход в ночной зоне увеличился на столько же, на сколько уменьшился расход в полупиковой зоне
В) май-июнь	3) расход в ночной зоне уменьшился, а в пиковой и полупиковой – увеличился
Г) октябрь-ноябрь	4) расход в пиковой и ночной зонах уменьшился одинаково

Заполните таблицу (см. ниже). В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Периоды	А	Б	В	Г
Характеристики				

Ответ: _____.

2. В каком месяце первого полугодия 2021 года общий расход электроэнергии был наибольшим? В ответе запишите расход электроэнергии (в кВт·ч) в этом месяце.

Ответ: _____.

3. Сколько рублей должен был заплатить Николай Андреевич за электроэнергию, израсходованную в марте?

Ответ: _____.

4. На сколько рублей больше заплатил бы Николай Андреевич за электроэнергию, израсходованную в феврале, если бы пользовался однотарифным учётом? Результат округлите до десятых?

Ответ: _____.

5. Сосед Николая Андреевича, Семён Семёнович, исходя из данных по расходу электроэнергии за 2021 год в своей квартире, рассчитал средний расход электроэнергии за месяц по тарифным зонам:

- ночная зона – 70 кВт·ч;
- полупиковая зона – 42 кВт·ч;
- пиковая зона – 188 кВт·ч.

Семён Семёнович предполагает, что в 2022 году средний расход электроэнергии будет таким же. Исходя из этого, выберите наиболее выгодный вариант учёта электроэнергии для Семёна Семёновича в 2022 году (однотарифный, двухтарифный или трёхтарифный). Считайте, что стоимость 1 кВт·ч электроэнергии будет такой же, как во втором полугодии 2021 года. Рассчитайте общие расходы (в тыс. руб.) Семёна Семёновича на оплату электроэнергии (в рублях) за 2022 год (по наиболее выгодному варианту учёта), если средний расход электроэнергии действительно будет таким же.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{4,8} \cdot \sqrt{1,2}}{\sqrt{0,16}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{a+b+c} \cdot \left(\frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{c^2}{\sqrt{c^2+a^2}} \right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\frac{\sqrt[4]{x^3} - \sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right)^{-\frac{1}{2}}$ при $x = 49$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^4 = 20 \\ x^4 + y^2 = 20 \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $5x_1 - 2y_1 + 5x_2 + 5y_2 + x_3 - 3y_3 - x_4 + 5y_4$, где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В Чикаго орудует 36 преступных банд, некоторые из которых враждуют между собой. Каждый гангстер состоит в нескольких бандах, причём каждые два гангстера состоят в разных наборах банд. Известно, что ни один гангстер не состоит в двух бандах, враждующих между собой. Кроме того, оказалось, что каждая банда, в которой не состоит некоторый гангстер, враждует с какой-то бандой, в которой данный гангстер состоит. Какое наибольшее количество гангстеров может быть в Чикаго?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) = x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(9)$ Б) $f(3)$ В) $f(-10)$

1) $\frac{989}{220}$

2) $\frac{25}{12}$

3) $\frac{721}{144}$

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{abc}{4R}$, где a , b и c — стороны треугольника, а R — радиус окружности, описанной около этого треугольника. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , если $a = 3$, $b = 25$, $c = 26$ и $R = \frac{325}{24}$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\frac{x^{11} + x}{x^7 + x^5} \geq \frac{205}{16}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right]$

2) $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

3) $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

4) $(-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$

Ответ: _____.

14. В полночь в организме начало накапливаться ядовитое вещество, причем каждые три часа количество попадающего в организм вещества увеличивается вдвое. Сколько граммов вещества накопится в организме за сутки (начиная с нуля часов), если в период с 6 до 9 часов утра в организм попало 0,0008 г вещества?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Боковая сторона AB трапеции $ABCD$ разделена на пять равных частей, и через третью точку деления, считая от точки B , проведена прямая, параллельная основаниям BC и AD . Найдите отрезок этой прямой, заключённый между сторонами трапеции, если $BC = 3$ и $AD = 4$.

Ответ: _____.

16. На плоскости даны две окружности радиусов 4 и 3 с центрами в точках O_1 и O_2 , касающиеся некоторой прямой в точках M_1 и M_2 и лежащие по разные стороны от этой прямой. Отношение отрезка O_1O_2 к отрезку M_1M_2 равно $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Найдите O_1O_2 .

Ответ: _____.

17. Биссектрисы углов при основании AD трапеции $ABCD$ пересекаются на основании BC . Найдите значение выражения $\frac{AB+CD}{BC}$.

Ответ: _____.

18. Найдите площадь параллелограмма, если одна из его сторон равна 51, а диагонали равны 40 и 74.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Смежные углы равны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} a^2 + bc = 7 \\ ab + bd = 3 \\ ac + dc = 2 \\ bc + d^2 = 6 \end{cases}$$

21. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую. За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнивать количество воды в 26 бочках?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{1}{2}|a-2| \cdot |x+a-4| + \left(\frac{a^2-4a+3}{|a-2|} - |a-2| \right) \cdot |x-2| + \frac{1}{2}|a-2| \cdot |x-a| \leq 1$$

выполняется ровно для двух различных действительных значений x .

Модуль «Геометрия»

23. Пусть $A_1A_2\dots A_n$ — правильный n -угольник, X — произвольная точка. Рассмотрим проекции X_1, X_2, \dots, X_n точки X на прямые $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$. Пусть x_i — длина отрезка A_iX_i с учётом знака (знак плюс берётся в случае, когда лучи A_iX_i и A_iA_{i+1} сонаправлены). Найдите значение выражения $\frac{A_1A_2 + A_2A_3 + \dots + A_nA_1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}$.

24. В треугольнике ABC угол A равен 120° , а стороны равны $BC = a, AC = b, AB = c$. Докажите, что из отрезков длиной $a, b, b+c$ можно составить треугольник.

25. Найдите наибольшее возможное число сторон выпуклого многоугольника, равных по длине наибольшей диагонали этого многоугольника.