

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №313

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

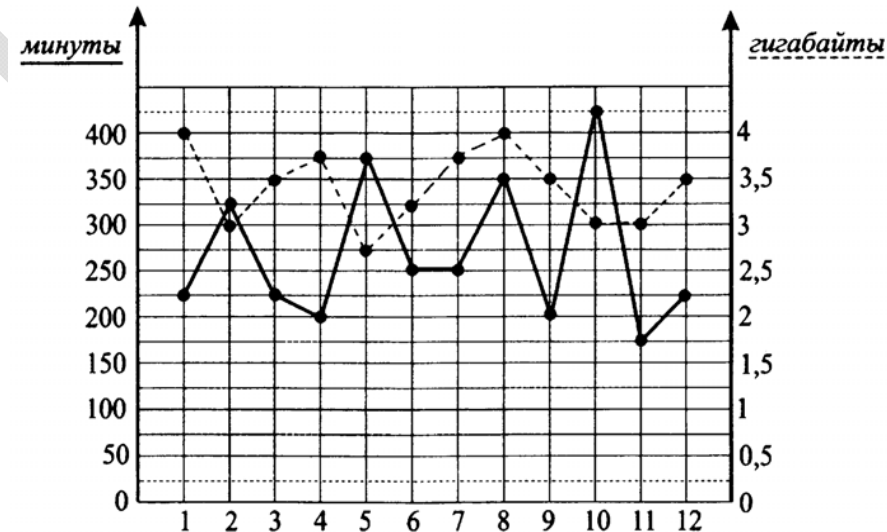
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) точками показано количество минут исходящих вызовов и трафик мобильного интернета в гигабайтах, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2020 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.

В течение года абонент пользовался тарифом «Классный», абонентская плата по которому составляла 450 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Классный» входит:

- пакет минут, включающий 250 минут исходящих вызовов на номера,

зарегистрированные на территории РФ;

- пакет интернета, включающий 4 гигабайта мобильного интернета;

- пакет SMS, включающий 120 SMS в месяц;

- безлимитные бесплатные входящие вызовы.

Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета тарифа указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин
Мобильный интернет (пакет)	120 рублей за 0,5 Гб
SMS	3,5 руб./шт.

Неизрасходованные остатки минут и гигабайтов не переходят на следующий месяц.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге. За весь год абонент отправил 100 SMS.

1. Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику израсходованных минут и гигабайтов (см. табл. ниже).

Периоды	Характеристики
А) январь-февраль	1) расход минут увеличился, а расход гигабайтов уменьшился
Б) март-апрель	2) расход гигабайтов увеличился, а расход минут уменьшился
В) август-сентябрь	3) расход минут увеличился и расход гигабайтов увеличился
Г) ноябрь-декабрь	4) расход минут уменьшился и расход гигабайтов уменьшился

Заполните таблицу (см. ниже). В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Периоды	А	Б	В	Г
Характеристики				

Ответ: _____.

2. Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в августе?

Ответ: _____.

3. Какой наименьший трафик мобильного интернета в гигабайтах за месяц был в 2020 году?

Ответ: _____.

4. На сколько процентов уменьшился трафик мобильного интернета в сентябре по сравнению с августом 2020 года?

Ответ: _____.

5. Абонент хочет приобрести новый смартфон. В трёх салонах сотовой связи этот смартфон продаётся в кредит (сначала делается первоначальный взнос, а потом ежемесячно в течение всего срока кредита вносятся платежи) на разных условиях. Условия которого приведены в таблице (см. ниже).

Определите, в каком из салонов покупка смартфона с учётом полностью выплаченного кредита обойдётся дешевле. В ответ запишите эту сумму в рублях.

Салон	А	Б	В
Стоимость смартфона (тыс. руб.)	21	19,6	23,5
Первоначальный взнос (% от стоимости)	40	25	30
Срок кредита (мес.)	12	6	12
Ежемесячный платёж (тыс. руб.)	1,2	3	1,5

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $4^{1.5} - (0,5)^{-1} : (0,008)^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{16}{27} \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right)^3 + \sqrt[3]{\frac{abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 3

2) $\frac{5}{2}$

3) 2

4) $\frac{3}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{abc+4}{a} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}}} \sqrt{abc+2}$ при $a = 0,04$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y = y^2 + x \\ y^2 + x = 6 \end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $3x_1 - 7y_1 - 2x_2 + 7y_2 - 6x_3 - 5y_3 + 2x_4 + 11y_4$, где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. На окружности даны 10 точек. Сколькими способами можно провести пять отрезков, не имеющих общих точек, с концами в данных точках?

Ответ: _____.

11. В поле рациональных чисел задана функция $f(x)$, не являющаяся константной.

Эта функция при любых рациональных значениях x удовлетворяет уравнению:

$$f(xy) = f(x) \cdot f(y) - f(x+y) + 1.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(10)$ Б) $f(-3)$ В) $f(-17)$

1) 11

2) -2

3) -16

Ответ: _____.

12. Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, где b и c – две стороны треугольника, а α – угол между ними. Пользуясь этой формулой, найдите величину $\sin \alpha$, если $b = 5$, $c = 8$ и $S = 2$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$7x^2 + 20x - 14 \geq 5\sqrt{x^4 - 20x^2 + 4}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\left[\frac{-10-\sqrt{118}}{3}; \frac{-5-\sqrt{33}}{2}\right] \cup [2-\sqrt{6}; \sqrt{6}-2]$ 2) \emptyset
- 3) $\left(-\infty; \frac{-10-\sqrt{118}}{3}\right] \cup \left[\frac{-5-\sqrt{33}}{2}; -2-\sqrt{6}\right] \cup [2+\sqrt{6}; +\infty)$ 4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____.

14. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 8°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 6 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -6°C .

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна 2 и является хордой некоторой окружности. Катет AC равен 1 и лежит внутри окружности, а его продолжение пересекает окружность в точке D , причём $CD=3$. Найдите радиус окружности.

Ответ: _____.

16. Радиус окружности равен 25; две параллельные хорды равны 14 и 40. Найдите расстояние между ними. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

17. Стороны параллелограмма равны 8 и 3; биссектрисы двух углов параллелограмма, прилежащих к большей стороне, делят противоположную сторону на три части. Найдите каждую из них. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

18. На стороне AC треугольника ABC взята точка A_1 , а на продолжении стороны BC за точку C взята точка C_1 . Длина отрезка A_1C равна 85% длины стороны AC , а длина отрезка BC_1 равна 120% длины стороны BC . Сколько процентов площади треугольника ABC составляет площадь треугольника A_1BC_1 ?

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.
- 2) Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.
- 3) В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = 7 \\ \sqrt{y} + x = 11 \end{cases}$$

21. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий – 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять. Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множество действительных решений неравенства:

$$x(x-2) \leq (a+1)(|x-1|-1)$$

содержит все члены некоторой бесконечно убывающей геометрической прогрессии с первым членом, равным $1,7$, и положительным знаменателем.

Модуль «Геометрия»

23. Дан произвольный треугольник с длинами сторон a , b , c . Треугольник может быть вырожденным. К стороне с длиной стороны a проведена биссектриса l_a .

Найдите наибольшее значение выражения $\frac{l_a}{\sqrt{p(p-a)}}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$.

24. Внутри треугольника ABC взята точка X . Прямые AX , BX и CX пересекают стороны треугольника в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. Докажите, что если описанные окружности треугольников AB_1C_1 , A_1BC_1 и A_1B_1C пересекаются в точке X , то X — точка пересечения высот треугольника ABC .

25. В равностороннем пятиугольнике $ABCDE$ угол ABC вдвое больше угла DBE . Найдите градусную меру угла ABC .