

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №301

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

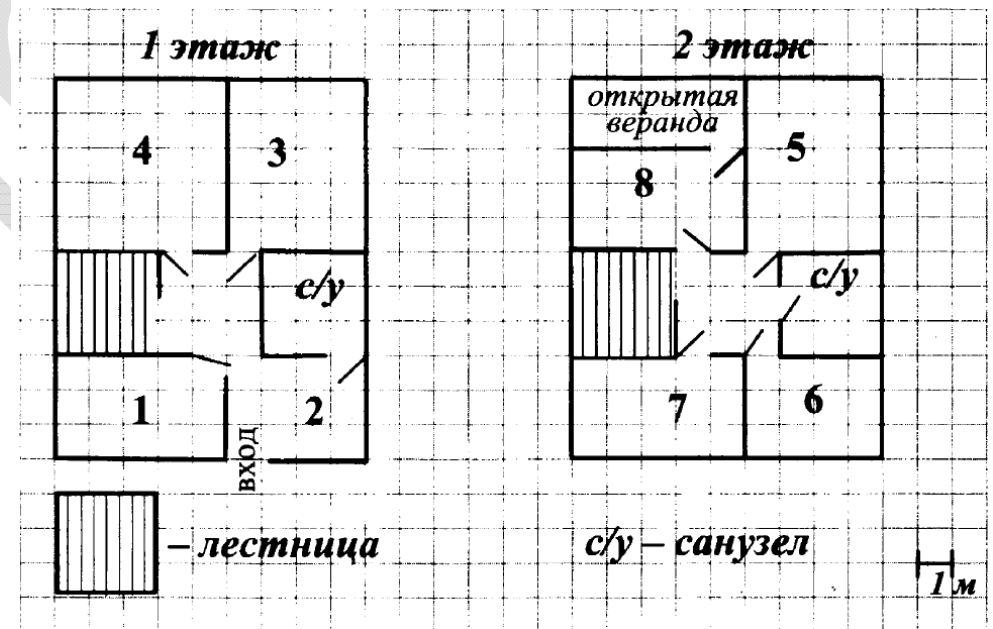
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Алексей Николаевич – бизнесмен. На рисунке (см. выше) изображён план двухэтажного дома, в котором он живёт с женой Ольгой Макаровной и двумя детьми: Колей и Соней. Сторона клетки на плане соответствует 1 м. Если войти в дом, то окажешься в коридоре. Лестница находится между столовой и гостиной. Столовая совмещена с кухней и имеет общую стенку с кабинетом Алексея Николаевича. Над гостиной – Комната Сони, соседствующая с комнатой Коли. Над кабинетом – комната

Алексея Николаевича и Ольги Макаровны, а рядом с ней – комната отдыха.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Комната отдыха	Кабинет	Столовая	Комната Коли
Цифры				

Ответ: _____.

2. Определите общую продолжительность (в метрах) потолочного карниза (выкладывается по периметру потолка) в комнате Алексея Николаевича и Ольги Макаровны.

Ответ: _____.

3. Найдите общую площадь (в m^2) комнаты Алексея Николаевича и Ольги Макаровны и комнаты отдыха без учёта открытой веранды.

Ответ: _____.

4. В каждой из пронумерованных комнат, кроме коридора, по два окна. В коридоре окон нет, зато есть одно окно на лестнице. Других окон нет. Площадь стекла для каждого окна составляет $3 m^2$. Стоимость окон при установке складывалась из стоимости стекла (5000 рублей за m^2 окна) и стоимости монтажа и фурнитуры (8000 за каждое окно). Определите общую стоимость (в тыс. руб.) всех окон и их установки.

Ответ: _____.

5. После постройки дома денег на внутреннюю отделку осталось меньше, чем планировалось первоначально, поэтому пришлось экономить. В кабинете и столовой предполагалось класть паркетную доску, но в итоге положили ламинат, а на сэкономленные деньги приобрели туристические путёвки в Севастополь. В таблице (см. ниже) даны стоимости материалов и их укладки, а также количество квадратных метров материала в упаковках. Каждая упаковка содержит одинаковое количество квадратных метров одного и того же материала. Сколько рублей в результате удалось сэкономить на путёвки?

Тип покрытия	Паркетная доска	Ламинат
Стоимость материала (руб./ m^2)	4 200	1 020
Стоимость укладки материала (руб./ m^2)	1 300	200
Количество материала в упаковке (m^2)	12	10

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $ab + bc + ca = 3$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$(a+b)(a+bc) + (b+c)(b+ca) + (c+a)(c+ab).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 10

2) 11

3) 12

4) 13

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{2a}{(1+a)\sqrt{1+a}}} \cdot \sqrt[3]{4 + \frac{8}{a} + \frac{4}{a^2}}$ при $a = 64$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17 \\ x^2 - 2xy = -3 \end{cases}$$

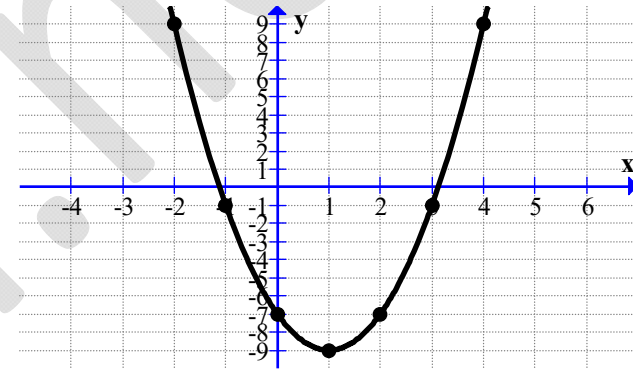
В ответе запишите значение выражения $5x_1 + 5y_1 + 2x_2 - 5y_2 + 2x_3 - 5y_3 - 2x_4 - y_4$, где $(x_i; y_i)$ – решения этой системы, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Петя собирается все 90 дней каникул провести в деревне и при этом каждый второй день (то есть через день) ходить купаться на озеро, каждый третий – ездить в магазин за продуктами, а каждый пятый день – решать задачи по математике. В первый день Петя сделал и первое, и второе, и третье и очень устал. Сколько будет у Пети «приятных» дней, когда нужно будет купаться, но не нужно ни ездить в магазин, ни решать задачи? Сколько «скучных», когда совсем не будет никаких дел? В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $y = g(f(x))$, где $f(x) = kx + l$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$. Причём a, b, c, k, l – целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.



А) $g(f(-14))$

Б) $g(f(15))$

В) $g(f(17))$

1) 503

2) 383

3) 441

Ответ: _____.

12. Найдите x из равенства $f = kx$, если $f = 17$ и $k = 0,2$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\sqrt{(x-1)(x-2)} + \sqrt{(x-1)(x-3)} \geq 2\sqrt{(x-1)(x-4)}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\{1; 4\}$ 2) $\{1\} \cup [4; +\infty)$
 3) $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ 4) $[4; +\infty)$

Ответ: _____.

14. В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 8 мг. За каждые 20 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 80 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC известно, что $\angle A = \frac{\pi}{3}$, $\angle C = \frac{\pi}{12}$, $AB = 9\sqrt{2}$, AD – биссектриса. Найдите BD .

Ответ: _____.

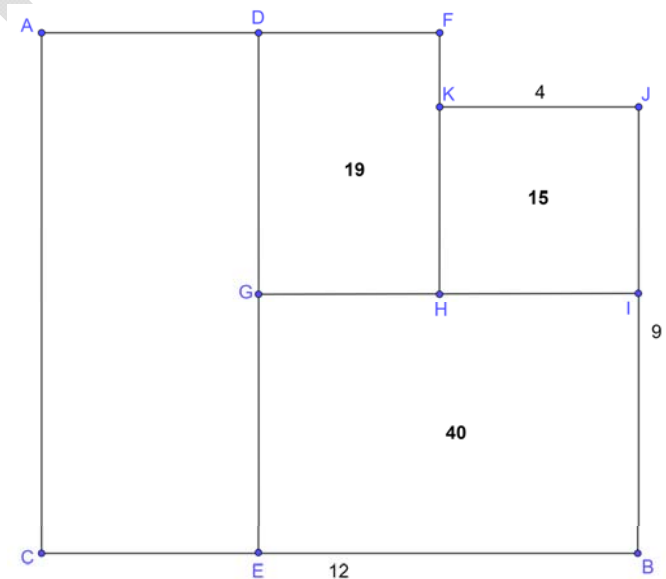
16. Из внешней точки проведены к окружности секущая, длина которой равна 12, и касательная, равная $\frac{2}{3}$ внутреннего отрезка секущей. Найдите длину касательной.

Ответ: _____.

17. Из середины основания треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите площадь полученного таким образом параллелограмма, если известно, что площадь треугольника равна 20.

Ответ: _____.

18. На рисунке изображены четыре прямоугольника $ACED$, $EBIG$, $GHFD$, $HIJK$. Известно, что $KJ = 4$, $BJ = 9$, $BC = 12$. Площади прямоугольников $EBIG$, $GHFD$, $HIJK$ равны соответственно 40, 19, 15. Найдите площадь прямоугольника $ACED$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы равны 90° , то эти две прямые параллельны.
- 2) В любой треугольник можно вписать окружность.
- 3) Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то такой параллелограмм является ромбом.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$x\sqrt{x^2+5} + (2x+1)\sqrt{4x^2+4x+6} = 0.$$

21. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доске в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор чисел 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10. Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 6 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

22. Найдите все пары чисел $(a; b)$, при каждом из которых неравенство:

$$|x^2 + ax + b| > 2$$

не имеет решений на отрезке $[1; 5]$.

Модуль «Геометрия»

23. На продолжении хорды KL окружности с центром O взята точка A , и из неё проведены касательные AP и AQ ; M — середина отрезка PQ . Найдите градусную меру угла MKO , если известно, что $\angle MLO = 27^\circ$.

24. Дан треугольник ABC и точка H на прямой AB . Докажите, что CH — высота треугольника ABC тогда и только тогда, когда $AC^2 - BC^2 = AH^2 - BH^2$.

25. Радиус вписанной окружности треугольника равен 1, а длины его сторон — целые числа. Найдите площадь этого треугольника.