

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №300

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

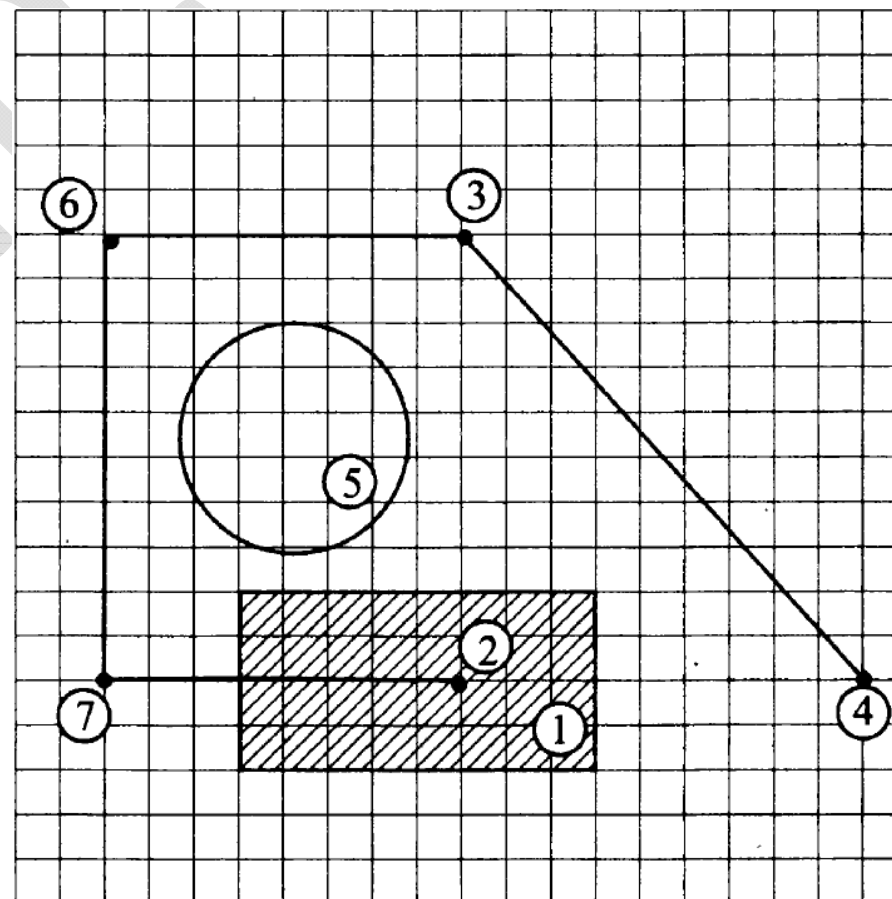
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображена местность, прилегающая к пруду. Для удобства план нанесён на сетку. Сторона одной квадратной клетки сетки соответствует 300 м.

Населённые пункты обозначены на плане жирными точками.

Рядом с прудом находится еловая роща, обозначенная на плане цифрой 1. В еловой роще расположена деревня Марьино. От этой деревни проложена дорога до посёлка Линёво. Далее дорога идёт к деревне Сосново, расположенной по другую сторону пруда от деревни Марьино.

Деревня Сосново соединена дорогой с деревней Клёново, обозначенной на плане цифрой 3.

Деревня Клёново также соединена дорогой с деревней Рябино (отмечена на плане цифрой 4). Большая часть изображённой на плане местности – поля, используемые для выращивания пшеницы.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	д. Марьино	п. Линёво	пруд	д. Сосново
Цифры				

Ответ: _____.

2. Автомобиль расходует 8 л топлива на путь 100 км. Сколько литров топлива израсходует автомобиль при поездке из деревни Марьино в деревню Сосново?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в км²) еловой рощи.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) по дороге от деревни Марьино до деревни Сосново.

Ответ: _____.

5. Для улучшения сообщения между населёнными пунктами планируется построить ещё одну дорогу от деревни Марьино до деревни Клёново, либо от деревни Марьино до деревни Рябино. Дорога должна соединить населённые пункты по прямой. Цена прокладки дороги по еловой роще – 17 млн рублей за 1 км, прокладка дороги по полю – 8 млн рублей за 1 км. Из указанных вариантов строительства дорог выберете тот, стоимость которого будет ниже. В ответе укажите стоимость (в млн рублей) выбранного варианта дороги.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $(\sqrt[6]{8\sqrt{5}+16} + \sqrt{\sqrt{5}+1}) \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Причём $a+b+c=3$. Найдите наименьшее значение выражения:

$$a^5 + b^5 + c^5 + 8(ab + bc + ca).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 27

2) 24

3) 20

4) 0

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{(x^2 - y^2)(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y})}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{x^2y^3} - \sqrt[3]{x^3y^2} - \sqrt[3]{y^5}} - (\sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$ при

$$x = 64.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$(x^2 - 6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81.$$

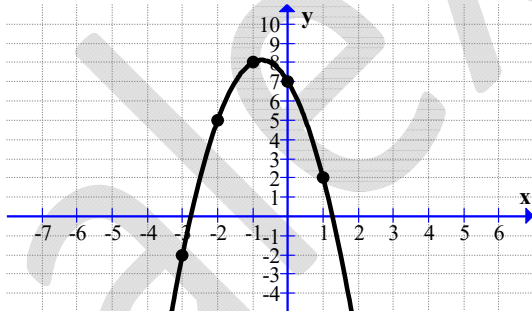
В ответе запишите значение выражения $3x_1 - 4x_2 + 3x_3$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В финал конкурса спектаклей к 8 Марта вышли два спектакля. В первом играли 7 учеников 5 класса А, а во втором – 7 учеников 5 класса Б. На спектакле присутствовали 14 мам всех 14 учеников. Лучший спектакль выбирается голосованием мам. Известно, что ровно половина мам честно голосует за лучший спектакль, а другая половина в любом случае голосует за спектакль, в котором участвует её ребёнок. Найдите вероятность p того, что лучший спектакль победит с перевесом голосов. В ответе запишите значение выражения $6864p$.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $y = f(g(x))$, где $f(x) = kx + l$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$. Причём a, b, c, k, l — целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.



А) $f(g(-14))$

Б) $f(g(8))$

В) $f(g(12))$

1) -145

2) -343

3) -317

Ответ: _____.

12. Известно, что $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Найдите $\sum_{k=1}^{29} k^2$.

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$2x^2 + 9x - 10 + \sqrt[3]{2-x} \left(\sqrt[3]{2-x} (4\sqrt{x-1} - 2x) + (x+2)\sqrt{x-1} - 5x + 6 \right) + (2-9x)\sqrt{x-1} \leq 0.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $\{1; 2\}$

2) $[1; 2]$

3) $\{1; 2; 10\}$

4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____.

14. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько тысяч долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Одна из сторон треугольника равна 6, вторая сторона равна $2\sqrt{7}$, а противолежащий ей (второй стороне) угол равен 60° . Найдите третью сторону треугольника. В ответе запишите произведение найденных значений.

Ответ: _____.

16. Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке K . Известно, что $AB = 4$, $BK = 2$, $AK = 3$, $CD = 7$. Найдите AC .

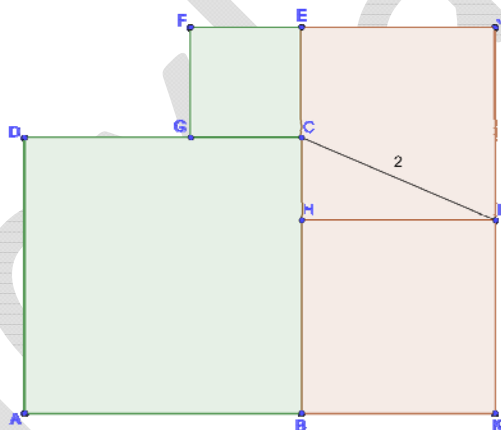
Ответ: _____.

17. В прямоугольном треугольнике ABC расположен прямоугольник $ADKM$ так, что его сторона AD лежит на катете AB , сторона AM – на катете AC , а вершина K – на гипотенузе BC . Катет AB равен 5, а катет AC равен 12. Найдите большую сторону прямоугольника $ADKM$, если его площадь равна $\frac{40}{3}$, а диагональ меньше 8.

Ответ: _____.

18. На рисунке изображены четыре квадрата $ABCD$, $GCEF$, $HIJE$, $BKIH$. Длина отрезка CI равна 2. Найдите сумму площадей квадратов $ABCD$ и $GCEF$.

Ответ: _____.



19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}} \left(\sqrt{(1+x)^5} - \sqrt{(1-x)^5} \right) + \frac{1-x^2}{2} = 2 + \sqrt{1-x^2}.$$

21. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность. Во второй раз разность оказалась на 1440 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 7ax + 8a}$$

имеет ровно два различных действительных корня.

Модуль «Геометрия»

- 23.** Четырёхугольник $KLMN$ вписанный и описанный одновременно; A и B — точки касания вписанной окружности со сторонами KL и LM . Найдите радиус вписанной окружности, если известно, что $AK \cdot BM = 121$.
- 24.** В круге провели несколько (конечное число) различных хорд так, что каждая из них проходит через середину какой-либо другой из проведённых хорд. Докажите, что все эти хорды являются диаметрами круга.
- 25.** Ровно четыре вершины правильного двенадцатиугольника расположены в серединах сторон квадрата (см. рис). Найдите площадь двенадцатиугольника, если известно, что площадь квадрата равна 40.

