Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 297

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

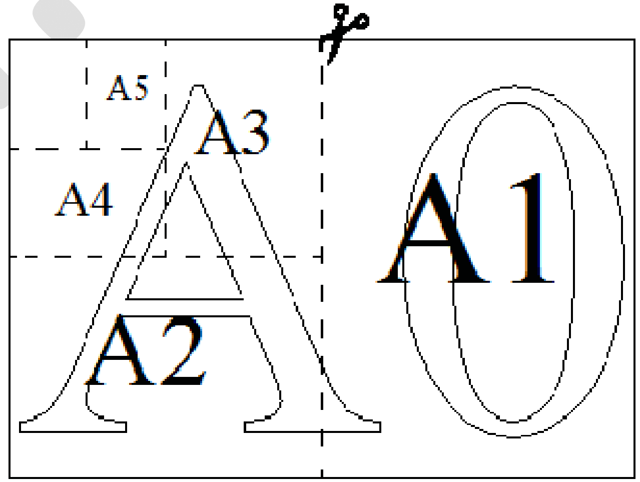
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её <u>без пробелов, запятых и других дополнительных символов.</u> Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2 (см. рис. выше). И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта, если изменяется формат листа.

В таблице (см. ниже) даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А0, А3, А4 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	420	297
2	1 189	841
3	149	105
4	297	210

1. Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Формат	А0	А3	А4	А6
Номер				

Ответ: ___________________________.

2. Сколько листов формата А4 получится из одного листа формата А0?

Ответ: ___________________________.

3. Найдите площадь (в см^2) листа бумаги формата А4.

Ответ: ___________________________.

4. Бумагу формата А3 упаковали в пачки по 500 листов. Найдите массу (в кг) пачки, если масса листа бумаги площадью 1 м^2 равна 80 г.

Ответ: _______________________.

5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен 1/72 дюйма, то есть 0,3528 мм. Текст напечатан шрифтом высотой 11 пунктов на листе формата А4. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата А2 таким же образом?

Ответ: _______________________.

6. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{6+\sqrt{\dfrac{847}{27}}}+\sqrt[3]{6-\sqrt{\dfrac{847}{27}}}$.

Ответ: ___________________________.

7. Пусть a, b, c – действительные неотрицательные числа. Причём $a+b+c=3$. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\sqrt{2a+13}+\sqrt[3]{3b+5}+\sqrt[4]{8c+12}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 9 **2)** $\sqrt{19}+\sqrt[3]{5}+\sqrt[4]{12}$ **3)** $2+\sqrt{15}+\sqrt[4]{20}$ **4)** 8

Ответ: ___________________________.

8. Найдите значение выражения $\left(\dfrac{\left(z^{\frac{2}{p}}+z^{\frac{2}{q}}\right)^2-4z^{\frac{2}{p}+\frac{2}{q}}}{\left(z^{\frac{1}{p}}-z^{\frac{1}{q}}\right)^2+4z^{\frac{1}{p}+\frac{1}{q}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ при $z=64$, $p=3$ и $q=2$.

Ответ: ___________________________.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x}-\frac{25}{6}=0.$$

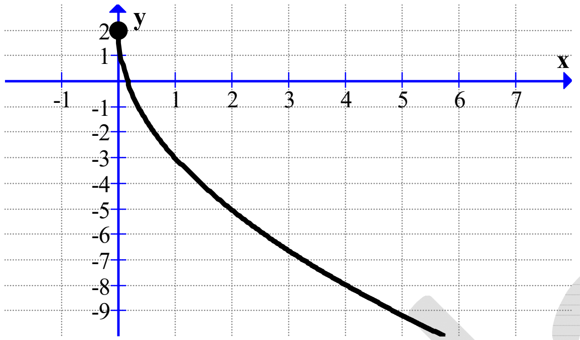
В ответе запишите значение выражения $2x_1+2x_2+3x_3$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_1<x_2<x_3$.

Ответ: ___________________________.

10. В стране Озёрная семь озер, соединённых между собой десятью непересекающимися каналами, причём от каждого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в этой стране островов?

Ответ: ____________________________.

11. На рисунке изображён график функции вида $y=f(x)=a\sqrt{x}+b$, где a и b — целые числа. Установите соответствие между выражениями для значений функции и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других символов между ними.



А) $f(81)$ **Б)** $f(100)$ **В)** $f(36)$

1) -48 **2)** -43 **3)** -28

Ответ: ____________________________.

12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a, b и c вычисляется по формуле $S=2(ab+ac+bc)$. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами 3, 5 и 7.

Ответ: ____________________________.

13. Решите в действительных числах систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{|4x-13|}{|4x-14|+1+|2x-6|+|2x-7|}+\dfrac{|4x-14|+1}{|2x-6|+|2x-7|+|4x-13|}+\dfrac{|2x-6|+|2x-7|}{|4x-13|+|2x-6|+|2x-7|}\le\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{\sqrt{x}-6}{2-\sqrt{x+4}}\ge 2+\sqrt{x+4} \end{cases}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) нет решений

2) $\left[\dfrac{7}{2};\ 4\right]$

3) $(0;\ 4]$

4) $(0;\ 3)\cup\left[\dfrac{7}{2};\ 4\right]$

Ответ: ____________________________.

14. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько тысяч рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Ответ: ____________________________.

Модуль «Геометрия»

15. В прямоугольном треугольнике медианы, проведённые из вершин острых углов, равны $2\sqrt{13}$ и $\sqrt{73}$. Найдите гипотенузу треугольника.

Ответ: ____________________________.

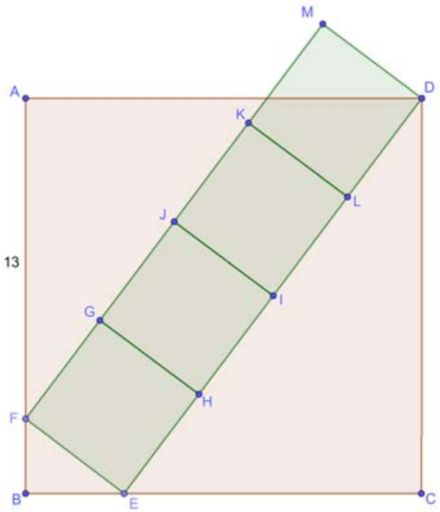
16. AB — диаметр окружности; BC — касательная; D — точка пересечения прямой AC с окружностью. Известно, что $AD=32$ и $DC=18$. Найдите радиус окружности.

Ответ: ____________________________.

17. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle CBD = 58^\circ$, $\angle ABD = 44^\circ$, $\angle ADC = 78^\circ$. Найдите градусную меру угла CAD.

Ответ: ____________________________.

18. Даны квадраты $ABCD$, $EFGH$, $GHIJ$, $IJKL$, $KLDM$ (см. рис.). Известно, что $AF = 13$. Найдите площадь квадрата $GHIJ$.



Ответ: ____________________________.

19. Какие из следующих утверждений неверны? Если неверных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других символов между ними.

1) Если угол A равнобедренного треугольника ABC равен 30°, то $AB = BC$.
2) Если одна из вершин треугольника совпадает с центром окружности, а две другие его вершины лежат на этой окружности, то этот треугольник – равнобедренный.
3) Если три стороны одного треугольника соответственно параллельны трём сторонам другого треугольника, то эти треугольники равны между собой.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в целых числах уравнение:

$$y^2 = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

В ответе запишите количество решений.

21. Каждое из чисел a_1, a_2, a_3, …, a_{350} равно 1, 2, 3, или 4. Обозначим $S_1 = \sum_{i=1}^{350} a_i$, $S_2 = \sum_{i=1}^{350} a_i^2$, $S_3 = \sum_{i=1}^{350} a_i^3$, $S_4 = \sum_{i=1}^{350} a_i^4$. Известно, что $S_1 = 513$, а $S_4 = 4745$. Найдите все значения, которые может принимать S_2.

22. Постройте множество точек плоскости Ω, заданное уравнением $\dfrac{(x+|y|-2)(x^2+4x+y^2+2)}{x-2} = 0$. Найдите все значения a, при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $y = x\sqrt{a-5}$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

23. На высотах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1 и C_1, делящие их в отношении $2:1$, считая от вершины. Найдите значение выражения $\dfrac{A_1B_1 \cdot AC}{A_1C_1 \cdot AB}$.

24. Докажите, что стороны любого неравнобедренного треугольника можно либо все увеличить, либо все уменьшить на одну и ту же величину так, чтобы получился прямоугольный треугольник.

25. Медианы AA_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. При этом в четырехугольник A_1BC_1M можно вписать окружность. Известно, что $AB = 11$. Найдите BC.