

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 255

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

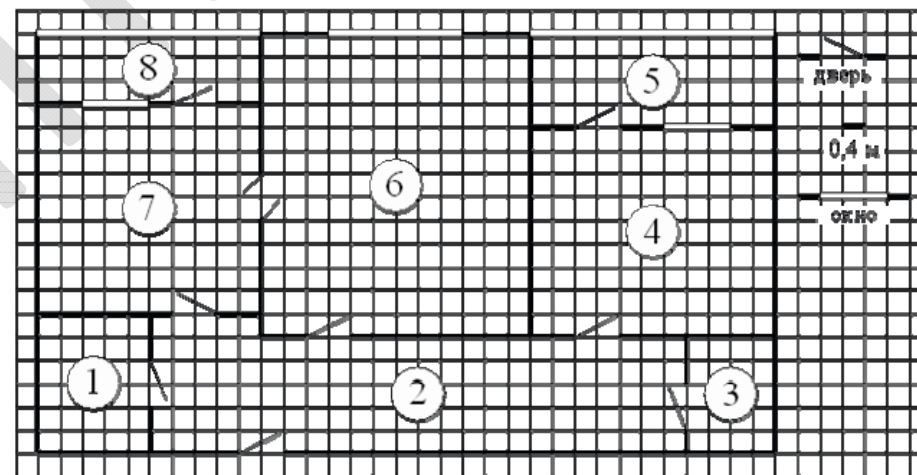
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клеточки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора — дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение — гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими числами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объект	Коридор	Санузел	Спальня	Гостиная
Числа				

Ответ: _____.

2. Паркетная доска размером 20 см на 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы выложить пол кладовой?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в м²) кухни.

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь гостиной больше площади кладовой?

Ответ: _____.

5. В квартире планируется заменить электрическую плиту. Характеристики электроплит, условия подключения и доставки приведены в таблице. Планируется купить электрическую плиту глубиной 54 см с максимальной температурой не менее 275°C.

Модель	Объём духовки (л)	Максимальная температура (°C)	Стоимость плиты (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости плиты)	Габариты: высота × ширина × глубина (см)
«А»	50	280	8 890	1 700	0	85 × 50 × 54
«Б»	50	300	9 790	750	10	85 × 50 × 54
«В»	50	250	11 690	700	10	85 × 60 × 60
«Г»	52	250	17 490	800	10	85 × 60 × 60
«Д»	70	275	17 990	1 400	0	85 × 60 × 45
«Е»	58	250	18 890	1 500	0	85 × 50 × 60
«Ж»	54	270	18 900	750	15	85 × 50 × 60
«З»	46	250	20 990	750	10	85 × 50 × 60
«И»	70	275	21 690	1 500	0	85 × 50 × 60
«К»	67	250	22 990	1 500	0	85 × 50 × 60

Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый подходящий вариант вместе с подключением и доставкой?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $417 \cdot \left(\frac{2}{10} + \frac{13}{990} \right) : \left(\frac{4}{10} + \frac{21}{990} \right)$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Найдите наибольшее

значение выражения $\frac{2bc - a^2}{a^2 + b^2 + 3c^2} + \frac{2ca - b^2}{b^2 + c^2 + 3a^2} + \frac{2ab - c^2}{c^2 + a^2 + 3b^2}$.

1) $\frac{3}{5}$

2) $\frac{2}{3}$

3) $\frac{3}{4}$

4) $\frac{4}{5}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$.

Ответ: _____.

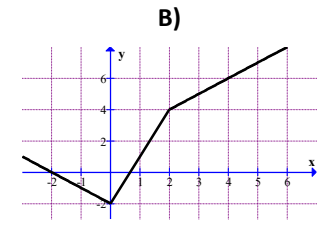
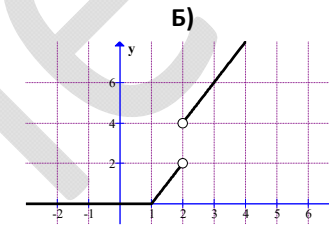
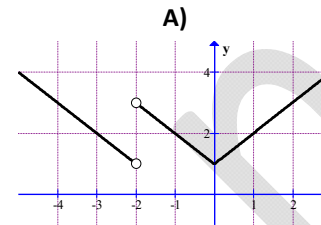
9. Решите уравнение $x^2 - 2x + 10 = \sqrt{2x^2 - 6x + 85} + x - 1$. Если корней несколько, запишите их в порядке возрастания без пробелов и других разделительных символов.

Ответ: _____.

10. Четыре шарика случайным образом разбрасываются по пяти лункам. Каждый шарик попадает в ту или другую лунку с одинаковой вероятностью и независимо от других (препятствий к попаданию в одну и ту же лунку несколько шариков нет). Найдите вероятность того, что в первых четырёх лунках будет ровно по одному шару.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1) $y = 2|x| - |x - 2|$

2) $y = x + |x - 1| + \frac{x - 2}{|x - 2|}$

3) $y = |x| + \frac{|x + 2|}{x + 2}$

Ответ: _____.

12. Последовательность $\{x_n\}$ определяется условиями: $x_1 = 19$, $x_2 = 97$,

$$x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}.$$

Найдите номер нулевого члена этой последовательности.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right) \cdot \frac{(a+b)^2}{ab}$ при

$$a = \sqrt{3 + \sqrt{5}} \text{ и } b = \sqrt{3 - \sqrt{5}}.$$

Ответ: _____.

14. Скорость камня (в м/с), падающего с высоты h (в м), в момент удара о землю можно найти по формуле $v = \sqrt{2gh}$. Найдите скорость (в м/с), с которой ударится о землю камень, падающий с высоты 3,6 м. Считайте, что ускорение свободного падения g равно $9,8 \text{ м/с}^2$.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств
$$\begin{cases} |x-3| + |x-5| \geq 6-x \\ \frac{\sqrt{x+9}}{2-x} < 1 \end{cases}.$$

1) нет решений

2) $[-9; 2) \cup [4; +\infty)$

3) $[-9; 2)$

4) $[-9; \frac{5-3\sqrt{5}}{2}) \cup [4; +\infty)$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. На сторонах AB и AC треугольника ABC нашлись такие точки M и N , отличные от вершин, что $MC = AC$ и $NB = AB$. Точка P симметрична точке A относительно прямой BC . Известно, что угол MPN равен 40° . Найдите градусную меру угла MPA .

Ответ: _____.

17. Около треугольника ABC описана окружность. Продолжение биссектрисы BM треугольника ABC пересекает эту окружность в точке N причём BN – диаметр данной окружности. Найдите отношение длины отрезка BC к длине отрезка AN , если косинус угла ACB равен $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Ответ: _____.

18. Две окружности ω_1 и ω_2 с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Точки C и D , лежащие соответственно на ω_1 и ω_2 по разные стороны от прямой AB , равноудалены от этой прямой. Пусть E – середина отрезка O_1O_2 . Найдите отношение длины отрезка CE к длине отрезка DE .

Ответ: _____.

19. В выпуклом четырёхугольнике две противоположные стороны равны и перпендикулярны, а две другие равны 3 и 5. Найдите площадь этого четырёхугольника.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если одна из диагоналей параллелограмма перпендикулярна другой, то этот параллелограмм является ромбом.
- 2) Если диагональ четырёхугольника делит его на два прямоугольных треугольника, то этот четырёхугольник не может быть трапецией.
- 3) Если три угла одного треугольника равны трём углам другого треугольника и у каждого из этих треугольников есть стороны длиной 6 и 9, то эти треугольники равны.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите неравенство $(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})(x - 3\sqrt{x-2} + 2) \leq 9$.

22. В шахматном турнире, проводимом по круговой системе, участвовали ученики 10 и 11 классов. Одиннадцатиклассников было в 10 раз больше, чем десятиклассников, и они набрали в сумме в 4,5 раза больше очков, чем все десятиклассники. Сколько очков набрали десятиклассники? В шахматной партии за победу присуждается 1 очко, за поражение – 0 очков, за ничью каждому игроку присуждается по 0,5 очка. Турнир проводился в один круг, то есть каждый участник играл со всеми другими участниками ровно один раз.

23. Постройте множество точек плоскости Ω , заданное неравенством $|3x - y + 2| \leq 12$. Найдите все значения a , при каждом из которых множество точек плоскости, заданное уравнением $(x - 3a)^2 + (y + a)^2 = 3a + 4$, имеет с множеством точек плоскости Ω ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия».

24. Дан прямоугольный треугольник площадью 24. Радиус окружности, касающейся одного катета и продолжений другого катета и гипотенузы, равен 6. Найдите периметр данного треугольника.

25. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ сторона BC параллельна диагонали AD , сторона CD параллельна диагонали BE , сторона DE параллельна диагонали AC , сторона AE параллельна диагонали BD . Докажите, что сторона AB параллельна диагонали CE .

26. В треугольник ABC со сторонами 5, 6, 7 вписан круг и построены к нему касательные, параллельные сторонам данного треугольника. Эти касательные отсекают от данного треугольника ABC три новых треугольника. В каждый из таким образом построенных треугольников вписан круг. Вычислите сумму площадей всех четырёх кругов.