

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 251

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

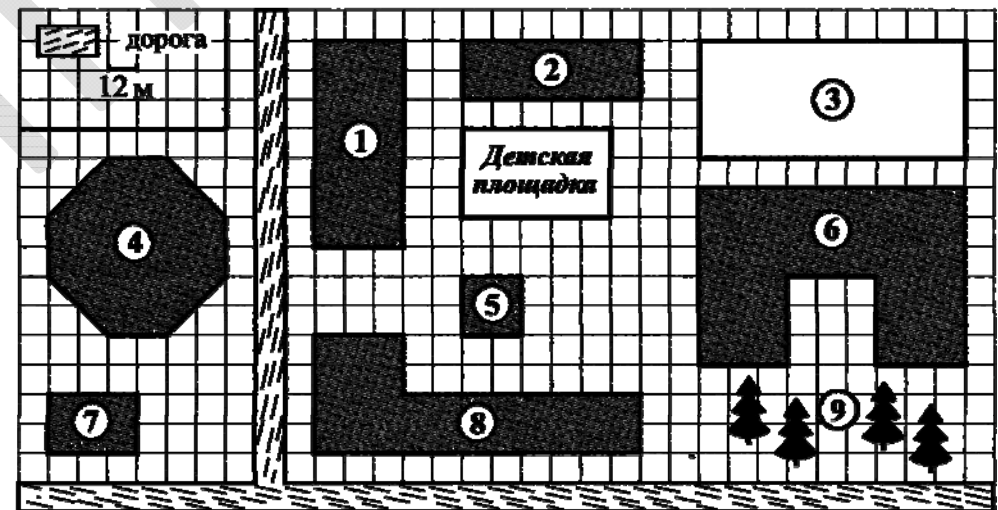
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. выше) изображён район города, в котором проживает Аня. Сторона каждой клетки на плане равна 12 м. Аня живёт в угловом доме. Квадратное здание продуктового магазина находится в 24 метрах от дома Ани. Рядом с детской площадкой имеются два дома. В том из этих домов, который ближе к детской площадке, живёт Света, а в доме, который дальше – Наташа. Через дорогу от дома Наташи стоит здание цирка в форме выпуклого восьмиугольника, а рядом с ним – одноэтажное здание кафе площадью 864 м^2 . Также в этом районе города имеется

школа, перед которой растут хвойные деревья, обозначенные цифрой 9, а позади школы находится спортивная площадка.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими числами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объект	Цирк	Школа	Дом Наташи	Дом Ани
Числа				

Ответ: _____.

2. Детскую площадку решили засыпать речным песком. На 1 м^2 земли необходимо 140 кг песка. Грузовик вмещает 14 тонн песка. Какое минимальное количество грузовиков с песком необходимо завезти?

Ответ: _____.

3. Найдите суммарную площадь (в м^2), которую занимают школа и цирк.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от детской площадки до кафе (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Компания выбирает место для строительства гостиницы: в центре города или на его окраине. Стоимость прокладки 1 м коммуникаций равна 6 500 рублей. В гостинице планируется сдавать 800 номеров. Стоимость земли, цена строительства гостиницы и средняя стоимость номера даны в таблице.

Место	Центр	Окраина
Стоимость земли (млн руб.)	74,5	22,7
Стоимость строительства (млн руб.)	181	175
Длина коммуникаций (м)	100	3 600
Стоимость номера (руб./сутки)	3 700	3 200

Обдумав оба варианта, компания выбрала местом для строительства центр города. Через сколько суток после начала сдачи номеров (при условии, что будет занята только половина номеров) более высокая стоимость номеров компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладки коммуникаций? Компания платит налог 13% со стоимости, полученной за сдачу номеров гостиницы. Ответ округлите до целых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $0,6 + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} + 0,125 \cdot \frac{1}{\frac{1}{3} + 0,4 + \frac{4}{15}} \cdot 24$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – положительные числа. Найдите наибольшее значение выражения

$$\frac{a^3 b^3 c^3}{a^8 + b^8 + c^8} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

- 1) 1 2) $\frac{4}{3}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) 2

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(19\sqrt{\frac{13}{19}} - 13\sqrt{\frac{19}{13}}\right)^2$.

Ответ: _____.

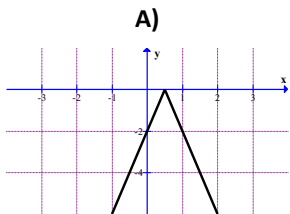
9. Решите уравнение $\sqrt{2x^2 - 22x + 60} = x^2 - 11x + 30$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

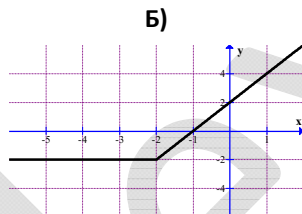
10. В урне имеется 10 шаров. Из них 6 красного цвета, 3 жёлтого цвета и 1 зелёного цвета. Из урны вынимают одновременно 6 шаров. Найдите вероятность того, что среди них будет 4 шара красного цвета и 2 шара жёлтого цвета. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

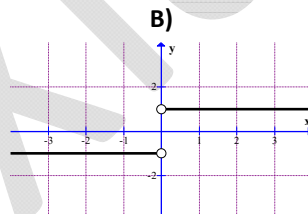
11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.



1) $y = x + |x + 2|$



2) $y = -|4x - 2|$



3) $y = \frac{|x|}{x}$

Ответ: _____.

12. В приведённой таблице (см. ниже) заполните таблицу так, чтобы числа в каждом столбце и каждой строке составили геометрическую прогрессию. В ответ укажите число, стоящее в правом нижнем углу таблицы.

		6	
72			
			40,5
	144		

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\frac{2a}{2a-b} + \frac{16a^2b - 2ab^2}{b^3 - 8a^3} + \frac{b^2 + 6ab}{4a^2 + 2ab + b^2}$ при $a = -\sqrt[3]{5}$, $b = 5\sqrt{7} - 6\sqrt{5}$.

Ответ: _____.

14. Металлический диск радиусом r (в м) с малым сопротивлением вращается в магнитном поле с магнитной индукцией B (в Тл), вектор которой перпендикулярен плоскости диска, с угловой скоростью ω (в с^{-1}). Через скользящие контакты к середине и к краю диска подключён резистор сопротивлением R (в Ом) и последовательно с ним – конденсатор ёмкостью C (в Ф). Установившийся заряд Q (в Кл) в конденсаторе можно вычислить по формуле $Q = \frac{CB r^2 \omega}{2}$.

Найдите r (в см), если $B = 1$ Тл, $\omega = 100 \text{ с}^{-1}$, $R = 10$ кОм, $C = 3$ мкФ, $Q = 1,5$ мкКл.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} (x-1)(x+1)(x-3)(x-5) < 20 \\ \sqrt{25-10x^3+x^6} > x - \sqrt[3]{5} \end{cases}$.

1) нет решений

2) $(2 - \sqrt{11}; \sqrt[3]{5}) \cup (\sqrt[3]{5}; 2 + \sqrt{11})$

3) $(2 - \sqrt{11}; 2 + \sqrt{11})$

4) $(-\infty; 2 - \sqrt{11}) \cup (2 + \sqrt{11}; +\infty)$

Ответ: _____.

Часть 2

Модуль «Геометрия».

16. Окружность касается сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$ и пересекает сторону CD в единственной точке F и сторону BC в единственной точке E . Найдите площадь трапеции $AFCB$, если $AB = 32$, $AD = 40$, $BE = 1$.

Ответ: _____.

17. В ромбе $ABCD$ угол B равен 40° , E – середина BC , F – основание перпендикуляра, опущенного из A на DE . Найдите градусную меру угла DFC .

Ответ: _____.

18. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, равны между собой. Найдите площадь четырёхугольника, если его диагонали равны 8 и 12.

Ответ: _____.

19. Вокруг правильного семнадцатиугольника описали окружность и вписали в него окружность. Площадь кольца между этими окружностями равна 361π . Найдите длину стороны семнадцатиугольника.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если диагонали параллелограмма равны, то он – квадрат.
- 2) Середины сторон любого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.
- 3) Биссектриса треугольника делит его на два равновеликих треугольника.

Ответ: _____.

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите уравнение в натуральных числах $x^3 - y^3 = xy + 61$.

22. Определите все натуральные трёхзначные числа, кратные 11, которые при делении на 11 дают в частном число, равное сумме квадратов цифр исходного числа.

23. Постройте график функции $y = x - 2\sqrt{x^2 - 1}$. Найдите все значения a , при каждом из которых гипербола $y = \sqrt{x^2 - a}$ имеет с графиком данной функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия».

24. Около окружности радиуса 5 описана равнобедренная трапеция. Расстояние между точками касания её боковых сторон равно 8. Найдите площадь трапеции.

25. Через противоположные вершины A и C четырёхугольника $ABCD$ проведена окружность, пересекающая стороны AB , BC , CD и AD в точках M , N , P и Q соответственно. Известно, что $BM = BN = DP = DQ = R$, где R – радиус данной окружности. Докажите, что в таком случае сумма углов B и D данного четырёхугольника равна 120° .

26. Около треугольника ABC описана окружность с центром в точке O . Касательная к окружности в точке C пересекается с прямой, делящей пополам угол B треугольника, в точке K , причём угол BKC равен половине угла C треугольника. Сторона AB на $\sqrt{3}$ длиннее стороны AC , а расстояние от точки O до стороны AC на 1 больше расстояния от точки O до стороны AB . Найдите радиус окружности.