Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 250

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

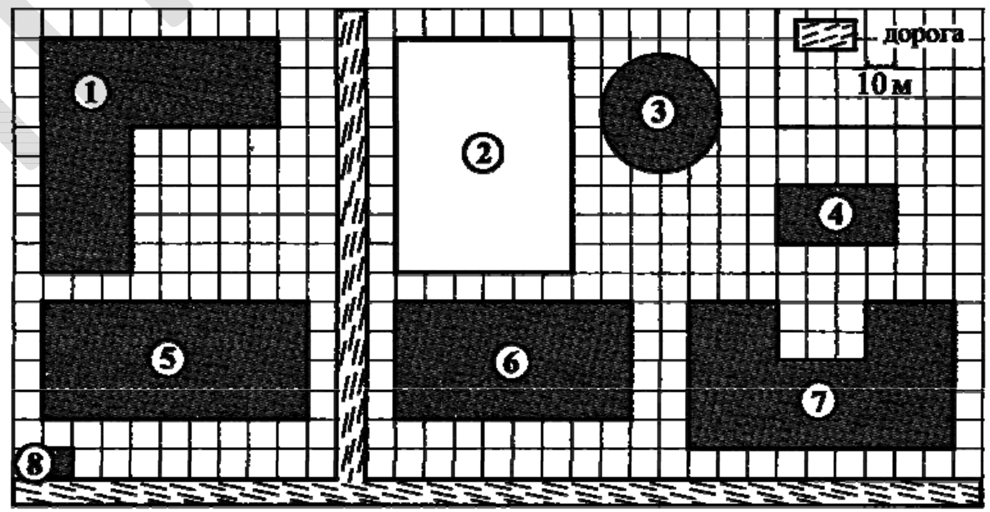
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. выше) изображён район города, в котором проживает Толя. Сторона каждой клетки на плане равна 10 м. Рядом с домом, в котором проживает Толя, находится дом в форме буквы «Г», в котором живёт его бабушка. Через дорогу от дома, где живёт бабушка, расположен парк площадью 4 800 м^2, а рядом с ним – здание планетария круглой формы. В семидесяти метрах от парка находится пекарня. Недалеко от парка расположен дом, обозначенный цифрой 6, в котором живёт Паша – одноклассник Толи. Рядом с домом Толи находится автобусная остановка, а через дорогу за домом расположено здание школы в форме буквы «П».

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими числами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Объект	Школа	Парк	Пекарня	Дом Толи
Числа				

Ответ: ___________________________.

2. По периметру парка высаживают самшит по 4 куста на 1 метр. Самшит продаётся ящиками по 25 кустов в каждом. Какое минимальное количество ящиков самшита необходимо приобрести?

Ответ: ___________________________.

3. Найдите суммарную площадь (в м^2), которую занимают школа и дома, где проживают Паша и Толя.

Ответ: ___________________________.

4. Найдите расстояние (в метрах) от пекарни до автобусной остановки (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой).

Ответ: ___________________________.

5. Компания выбирает место для строительства торгово-развлекательного комплекса: в центре города или на его окраине. Стоимость прокладки 1 метра коммуникаций равна 4 000 рублей. В аренду планируется сдавать 3 500 м^2 площади комплекса. Стоимость земли, строительства комплекса и предполагаемая стоимость сдачи в аренду даны в таблице.

Место	**Центр**	**Окраина**
Стоимость земли (млн руб.)	36,8	7,6
Стоимость строительства (млн руб.)	109	87
Длина коммуникаций (м)	150	2 100
Стоимость аренды (руб./мес.·м^2)	1 100	900

Обдумав оба варианта, компания выбрала местом для строительства центр города. Через сколько месяцев после начала сдачи в аренду торговых площадей построенного комплекса более высокая стоимость аренды компенсирует разность в стоимости земли, строительства и прокладывания коммуникаций? Компания платит налог 13% со стоимости , полученной за сдачу в аренду. Ответ округлите до целых.

Ответ: ___________________________.

6. Найдите значение выражения $\left(96\frac{7}{30}-94\frac{5}{18}\right)\cdot 2,25:0,4$.

Ответ: ___________________________.

7. Пусть a, b, c – положительные числа. Причём $ab+ac+bc=1$. Найдите наибольшее значение выражения $abc\left(\sqrt[3]{\frac{1}{a}+6b}+\sqrt[3]{\frac{1}{b}+6c}+\sqrt[3]{\frac{1}{c}+6a}\right)$.

1) $3\sqrt[3]{7}$ **2)** 2 **3)** 1 **4)** $\frac{\sqrt[3]{5}}{9}$

Ответ: ___________________________.

8. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{243}-\sqrt{27}-\sqrt{147}\right)^2$.

Ответ: ____________________________.

9. Решите уравнение $\sqrt{\dfrac{3x}{x+2}}-\sqrt{\dfrac{3(x+2)}{x}}-2=0$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

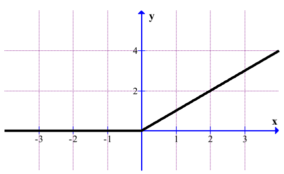
Ответ: ____________________________.

10. Батарея из 7 орудий ведёт огонь по группе, состоящей из 9 целей. Орудия выбирают себе цели последовательно, случайным образом, при условии, что никакие два орудия стрелять по одной цели не могут. Найдите вероятность того, что будут обстреляны цели с номерами 1, 2, …, 7. Результат округлите до тысячных.

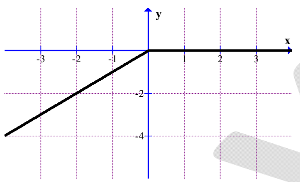
Ответ: ____________________________.

11. Установите соответствие между графиками функций и функциями, соответствующими этим графикам. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.

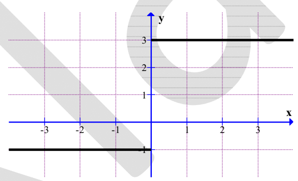
А)



Б)



В)



1) $y=\dfrac{x+|x|}{2}$ **2)** $y=\dfrac{2x+|x|}{|x|}$ **3)** $y=\dfrac{x-|x|}{2}$

Ответ: ____________________________.

12. Решите уравнение $1+4+7+\ldots+x=117$.

Ответ: ____________________________.

13. Найдите значение выражения $\dfrac{1}{a}\cdot\left(\dfrac{4a^2-3a+5}{a^3-1}-\dfrac{1-2a}{a^2+a+1}+\dfrac{6}{1-a}\right)$ при $a=-\sqrt[3]{5}$.

Ответ: ____________________________.

14. На шероховатом непроводящем диске, расположенном в горизонтальной плоскости, лежит точечное тело, находящееся на расстоянии R (в метрах) от центра диска, и несущее заряд q (в Кл). Диск равномерно вращается вокруг своей оси против часовой стрелки (если смотреть сверху), совершая n оборотов в секунду. Минимальную массу тела m (в кг), необходимую для того, чтобы тело не скользило по плоскости, можно найти по формуле $m=\dfrac{2\pi nRqB}{\mu g-4\pi^2n^2R}$, где π – отношение длины окружности к её диаметру; B – индукция магнитного поля (в Тл); μ – коэффициент трения скольжения; g – ускорение свободного падения (в м/с^2). Пользуясь этой формулой, найдите n (в оборотах в секунду), если $m=0,2325$ г, $\pi=3,1$, $R=0,5$ м, $q=75$ мкКл, $B=2,39$ Тл, $\mu=0,6$, $g=10$ м/с^2.

Ответ: ____________________________.

15. Укажите решение системы неравенств $\begin{cases}\left(x^2-5x+1\right)^2-8\left(x^2-5x-2\right)-17>0\\ \dfrac{\sqrt{x}(x-5)^3(x-2)^2}{\left(x^2+2\right)(x+10)^5}<0\end{cases}$.

1) нет решений

2) $(-\infty;\ -1)\cup(0;\ 5)\cup(6;\ +\infty)$

3) $(0;\ 5)\cup(6;\ +\infty)$

4) $(0;\ 2)\cup(2;\ 5)$

Ответ: ____________________________.

Модуль «Геометрия».

16. В треугольнике ABC проведены медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O. Известно, что $BC=4$, $AC=5$, $AB=\sqrt{8,2}$. Найдите градусную меру угла A_1OB_1.

Ответ: ____________________________.

17. Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M и продолжений двух других сторон. Известно, что $AB+BM=7$. Найдите периметр треугольника ABC.

Ответ: ____________________________.

18. Найдите периметр четырёхугольника с вершинами в серединах сторон прямоугольника с диагональю, равной 8.

Ответ: ____________________________.

19. На сторонах BC, AC и AB треугольника ABC расположены точки A_1, B_1 и C_1 соответственно, причём $BA_1 : A_1C = CB_1 : B_1A = AC_1 : C_1B = 2:3$. Найдите площадь треугольника, образованного пересечениями AA_1, BB_1 и CC_1, если известно, что площадь треугольника ABC равна 57.

Ответ: ____________________________.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

1) Биссектриса любого угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.
2) Диагонали параллелограмма делят его на четыре треугольника равных периметров.
3) Если вершины C и C_1 треугольников ABC и ABC_1 лежат на прямой, параллельной прямой AB, то треугольники ABC и ABC_1 равновелики.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите систему:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{3x}+\frac{1}{4y}+\frac{5}{12z}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{5z}{12}\right)=1 \\ x^3+3y^2-7z=6 \\ xy>0 \\ xz>0 \\ yz>0 \end{cases}.$$

22. На какое целое положительное число надо разделить 180, чтобы остаток составил 25% от частного.

23. Постройте множество точек плоскости, заданное неравенством $|x+2y+1|\le 11$. Найдите все значения a, при каждом из которых окружность $(x-a)^2+(y-2a)^2=2+a$ имеет с данным множеством точек плоскости ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия».

24. Стороны треугольника ABC разделены точками M, N, P так, что $AM:MB=BN:NC=CP:PA=1:4$. Найдите отношение площади треугольника, ограниченного отрезками AN, BP, CM, к площади треугольника ABC.

25. Высота BN и медиана CM треугольника ABC пересекаются в точке K. Известно, что $\angle BAC=60^\circ$, $CK=6$, $KM=1$. Докажите, что $AC=2AB$.

26. Пусть H_1, H_2, H_3 – ортоцентры треугольников $A_2A_3A_4$, $A_1A_3A_4$, $A_1A_2A_4$ соответственно. Площадь треугольника $A_1A_2A_3$ равна 15. Найдите площадь треугольника $H_1H_2H_3$.