

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 244

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

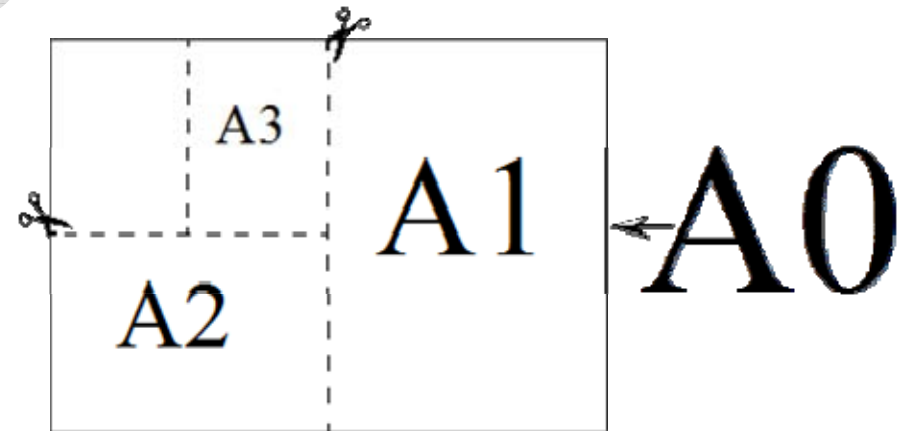
Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 м². Если лист формата А0 разрезать пополам, получится два листа А1. Если лист А1 разрезать пополам, получается два листа формата А2. И так далее (см. рисунок ниже).



При этом отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны друг другу. Это сделано специально, чтобы пропорции текста на листе сохранялись при увеличении или уменьшении шрифта.

1. В таблице 1 (см. ниже) даны размеры (с точностью до 1 мм) четырёх листов, среди которых есть по одному листу формата A0, A1, A3 и A4.

Таблица 1

Номер листа	Длина листа (мм)	Ширина листа (мм)
1	297	210
2	420	297
3	1189	841
4	841	594

Для листов, указанных в таблице 2 (см. ниже), определите, какими номерами листов они обозначены в таблице 1 (см. выше). Заполните таблицу 2. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других разделительных символов.

Таблица 2

Листы	A0	A1	A3	A4
Числа				

Ответ: _____.

2. Сколько листов формата A5 получится из одного листа A1?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь (в см²) листа формата A2.

Ответ: _____.

4. Бумагу формата A5 упаковали в пачки по 500 листов. Какова масса (в граммах) одной такой пачки, если плотность бумаги составляет 80 г/м².

Ответ: _____.

5. Размер (высота) типографского шрифта измеряется в пунктах. Один пункт равен $\frac{1}{72}$ дюйма, то есть 0,3528 мм. Какой высоты нужен шрифт (в пунктах), чтобы текст был расположен на листе формата A5 так же, как этот же текст, напечатанный шрифтом высотой 16 пунктов на листе формата A4? Размер шрифта округлите до целого.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\left(2\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}\right)\cdot 0,6}{0,4} + \frac{\left(178\frac{3}{4}-169\frac{5}{8}\right)\cdot 0,4}{0,8}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – положительные числа. Причём $a \leq b+c$, $b \leq a+c$ и $c \leq a+b$.

Найдите наименьшее значение выражения $\frac{(a+b)\sqrt{ab} + (a+c)\sqrt{ac} + (b+c)\sqrt{bc}}{(a+b+c)^2}$.

1) $\frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{2}{3}$

4) невозможно определить

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $|x-2| - 3|2x-1| + 5|3x-2| = 4$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. Из шести букв азбуки составлено слово «ананас». Ребёнок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал их в произвольном порядке. Найдите вероятность того, что у него снова получилось слово «ананас». Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и количеством точек пересечения графиков этих функций с осями координат. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других разделительных символов.

А)

$$y = (x^2 + 2x)^2 - 7(x^2 + 2x) + 6$$

Б)

$$y = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$$

В)

$$y = |x - 3| + |x + 2| - |x - 4|$$

1) 1

2) 3

3) 5

Ответ: _____.

12. Вычислите $(1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 597^2 + 599^2) - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 598^2 + 600^2)$.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $(a+b) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a}{a^2+b^2+2ab} \right) : \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a^2-b^2} \right)$ при

$$a = 6 - 3\sqrt{7} \text{ и } b = 18 - 3\sqrt{7}.$$

Ответ: _____.

14. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h метров над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на холме, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось на 3,2 км?

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств
$$\begin{cases} \sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} > \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}} \\ \frac{|x+5|}{|x-3|} > \frac{x-3}{x+5} \end{cases}$$

1) $\left(1; \frac{25}{16}\right]$

2) $\left[1; \frac{25}{16}\right)$

3) $(-5; 3) \cup (3; +\infty)$

4) $[1; +\infty)$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. На сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и N так, что прямые MC и NC разбивают параллелограмм на три равновеликие (по площади) части. Найдите MN , если $BD = 6$.

Ответ: _____.

17. В треугольник со сторонами $AB = 4$, $BC = 2$, $AC = 3$ вписана окружность. Найдите площадь S треугольника AMN , где M , N – точки касания этой окружности со сторонами AB и AC соответственно. В ответе запишите значение выражения $\frac{8S}{\sqrt{15}}$.

Ответ: _____.

18. Точка M расположена на стороне BC параллелограмма $ABCD$, причём $BM : MC = 3 : 2$. Отрезки AM и BD пересекаются в точке K . Известно, что площадь параллелограмма равна 80. Найдите площадь четырёхугольника $CMKD$.

Ответ: _____.

19. В ромбе $ABCD$ со стороной $3\sqrt{13}$ угол при вершине A равен 60° , точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно. Точка K лежит на стороне BC , отрезки AK и EF пересекаются в точке M . Найдите MK , если известно, что площадь четырёхугольника $MKCF$ составляет $\frac{3}{8}$ площади ромба $ABCD$.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других разделительных символов в порядке возрастания.

- 1) Все точки круга $(x+4)^2 + (y-5)^2 \leq 9$ лежат во второй координатной четверти.
- 2) Угол правильного многоугольника не может равняться 179° .
- 3) Если угол одного из равнобедренных треугольников равен углу другого равнобедренного треугольника, то такие треугольники подобны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}}{\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} + 2x^2 - 16x + 36} + \frac{x^2 - 8x + 18}{x^2 - 8x + 20 + 2(x-3)^8} + \frac{(x-3)^8 + 1}{(x-3)^8 + 1 + \sqrt{4x-12} + \sqrt{20-4x}} \leq 1.$$

22. Два парома курсируют через реку с постоянными скоростями, поворачивая у берегов без потери времени. Они одновременно отправляются от противоположных берегов и в первый раз встречаются в 700 метрах от одного из берегов, продолжают движение к берегам, возвращаются и встречаются во второй раз в 400 метрах от противоположного берега. Определите ширину реки в метрах.

23. Постройте множество точек плоскости, заданное системой $\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$. Найдите все значения a , при каждом из которых прямая $y = ax + 1$ имеет с данным множеством точек плоскости ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия».

24. Найдите радиус круга, если площадь круга на 3 больше площади вписанного в него правильного двенадцатиугольника.

25. Пусть h_1, h_2, h_3 – высоты треугольника, r – радиус вписанной окружности. Докажите, что $h_1 + h_2 + h_3 \geq 9r$.

26. На отрезке AB взята точка C и на отрезках AC, BC и AB как на диаметрах построены полуокружности, лежащие по одну сторону от прямой AB . Через точку C проведена прямая, перпендикулярная AB , которая пересекает наибольшую полуокружность в точке D . В образовавшиеся криволинейные треугольники ACD и BCD вписаны окружности ω_1 и ω_2 . Найдите радиус окружности ω_2 , если радиус окружности ω_1 равен 2.