

**Часть 1****Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 240****Уровень 2****Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

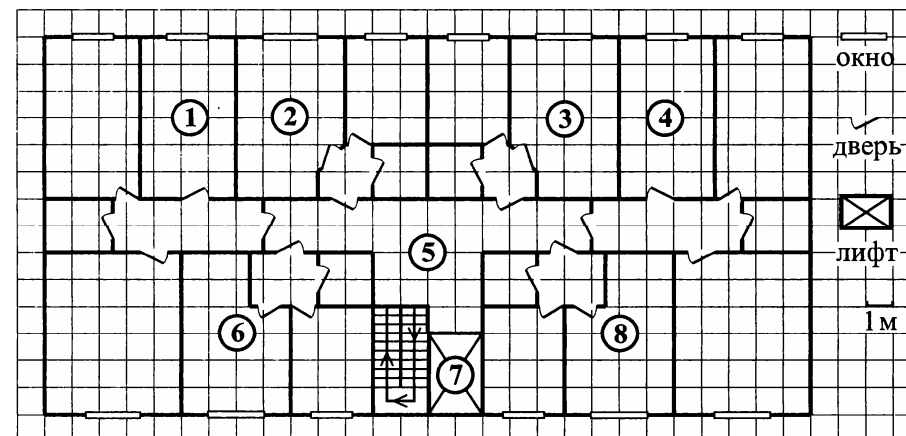
Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

**Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.**

**Модуль «Алгебра».****Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5**

На рисунке изображён типовой план этажа одного из подъездов в многоквартирном доме (все подъезды в этом доме одинаковы). Сторона каждой клетки на плане равна 1 м. На этаже расположены 4 однокомнатные и 2 двухкомнатные квартиры (например, в двухкомнатной квартире имеются две жилые комнаты и одна комната, в которой размещена кухня). Коридор между квартирами обозначен цифрой 5. К лифту и к лестнице примыкают однокомнатные квартиры. Входы двухкомнатных квартир расположены друг напротив друга. Подняться на любой этаж можно по лестнице или на лифте. На первом этаже однокомнатная квартира, примыкающая к лифту, обозначенная цифрой 8 – это квартира № 1. Дальше нумерация квартир идёт против часовой стрелки.



**1.** Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Квартира	№ 22	№ 19	№ 33	№ 52
Цифры				

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Цемент продаётся в мешках по 50 кг. Для стяжки пола толщиной 8 см на  $1 \text{ м}^2$  пола потребуется 32 кг цемента. Какое минимально количество мешков цемента необходимо, чтобы сделать стяжку пола во всех квартирах и коридорах одного подъезда (кроме лифтов и лестниц), если в доме 10 этажей?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Найдите суммарную площадь однокомнатных квартир на этаже. Ответ дайте в  $\text{м}^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите расстояние (в метрах) от правого угла дома, расположенного в комнате площадью  $30 \text{ м}^2$  двухкомнатной квартиры, до квартиры, обозначенной цифрой 3 (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Товарищество собственников жилья (ТСЖ) многоквартирного дома планирует выкупить котельную у управляющей компании с субсидией государства за 4 042 000 рублей. Эта сумма распределяется по всем жителям дома единовременным платежом пропорционально площади квартиры. Общая площадь квартир дома равна  $17\,200 \text{ м}^2$ . Тарифы на отопление и горячую воду даны в таблице.

Тарифы	Горячая вода (руб./ $\text{м}^3$ )	Отопление (руб./( $\text{м}^2 \cdot \text{мес.}$ ))
До выкупа	521	45
После выкупа	247	31

Через сколько месяцев от момента выкупа котельной более низкие тарифы за горячую воду и отопление компенсируют владельцу однокомнатной квартиры, обозначенной на плане цифрой 3, единовременную выплату, если он использует в среднем  $3 \text{ м}^3$  горячей воды ежемесячно. Тарифы на отопление даны усреднённые за месяц (с учётом месяцев, когда квартиры не отапливаются).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\left(2\frac{11}{15} + 1,6 + 1\frac{7}{12} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(3\frac{5}{14} - 2\frac{19}{30}\right) : 1\frac{3}{7} + \frac{5}{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Даны положительные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . При этом  $ab + ac + bc = 1$ . Найдите наименьшее значение выражения:

$$\frac{1}{(a+b+c)^3} \cdot \left( \frac{a^3}{9ab^2c+1} + \frac{b^3}{9abc^2+1} + \frac{c^3}{9a^2bc+1} \right).$$

1)  $\frac{1}{36}$

2)  $\frac{1}{30}$

3)  $\frac{1}{27}$

4) невозможно определить

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Найдите значение выражения  $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} + 9\sqrt{5}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Решите уравнение  $||2x-8|-x|=7-x$ . Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** В барабане револьвера семь гнёзд, из них в пяти заложены патроны, а два оставлены пустыми. Барабан приводится во вращение, в результате чего против ствола случайным образом оказывается одно из гнёзд. После этого нажимается спусковой крючок. Если гнездо было пустое, выстрела не происходит. Найдите вероятность того, что, повторив такой опыт ровно два раза подряд, мы оба раза не выстрелим. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Установите соответствие между функциями и областью определения этих функций. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других дополнительных символов.

**А)**

$$y = \sqrt{x-2}$$

**Б)**

$$y = \frac{3}{x^2+x}$$

**В)**

$$y = \sqrt{x^5(2+x)^2(9-x)}$$

**1)**  $\{-2\} \cup [0; 9]$

**2)**  $[2; +\infty)$

**3)**  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty)$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Какое наибольшее количество членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 2 при условии, что квадрат её первого члена в сумме с остальными членами не превосходит 160?.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13.** Найдите значение выражения  $\left(\frac{9(a+2)}{a^3+8} - \frac{a+4}{a^2-2a+4}\right) \cdot \frac{6a-3a^2-12}{5-a}$  при

$$a = 5\sqrt{2-\sqrt{3}}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене  $p=400$  рублей за единицу. Переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v=200$  рублей. Постоянные расходы компании  $f=600000$  рублей в месяц. Месячная операционная прибыль компании (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi = q(p-v) - f$ . Определите месячный объём производства  $q$  единиц продукции, при котором месячная операционная прибыль компании будет равна 500 000 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15.** Укажите решение системы неравенств  $\begin{cases} ||x^2-8x+2|-x^2| \geq 2x+2 \\ \sqrt{441-x^2} \leq x+21 \end{cases}$ .

**1)**  $[1; 2] \cup [5; 21]$

**2)**  $\{-21\} \cup [1; 2] \cup [5; 21]$

**3)**  $\{-21\} \cup [5; 21]$

**4)**  $\{-21; 0\} \cup [1; 2] \cup [5; 21]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Модуль «Геометрия».

**16.** Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с острым углом, равным  $\frac{\pi}{6}$ , если известно, что биссектриса, проведённая из вершины прямого угла, равна  $6\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**17.** На отрезке  $AC$  взята точка  $B$ . На отрезках  $AB$  и  $AC$  как на диаметрах построены окружности. К отрезку  $AC$  в точке  $B$  проведён перпендикуляр  $BD$  до пересечения с большей окружностью в точке  $D$ . Из точки  $C$  проведена касательная  $CK$  к меньшей окружности. Найдите  $CK$ , если  $CD=6$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**18.** В равнобедренную трапецию с основаниями 2 и 3 вписана окружность. Найдите диагональ трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19.** В треугольнике  $ABC$  точки  $E$  и  $D$  лежат на стороне  $AC$ , а точка  $F$  лежит на стороне  $BC$ . При этом  $AE = ED = DC$  и  $BF : FC = 2 : 3$ . Прямая  $AF$  пересекает прямые  $BD$  и  $BE$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Найдите площадь четырёхугольника  $EDPQ$ , если известно, что площадь треугольника  $ABC$  равна 18.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**20.** Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если  $M$  – середина отрезка  $AB$ , а  $O$  – произвольная точка, то  $2\overline{OM} = \overline{OA} + \overline{OB}$ .
- 2) Если точка  $O$  – центр данной окружности, точки  $M$  и  $N$  лежат на этой окружности и  $\overline{OK} = \overline{ON} + \overline{OM}$ , то точка  $K$  лежит вне данной окружности.
- 3) Если  $\overline{OM} = -7\overline{OA}$ , то точки  $O$ ,  $M$ ,  $A$  лежат на одной прямой.

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

### Модуль «Алгебра».

**21.** Решите уравнение  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x+1)^2} = 1$ .

**22.** Магазин закупил некоторое количество товара и начал его реализацию по цене 20% выше цены, назначенной производителем, чтобы покрыть затраты, связанные с его транспортировкой, и другие дополнительные расходы. Оставшуюся после реализации часть товара магазин уценил на 15% с тем, чтобы покрыть только затраты на закупку этой части товара у производителя и его транспортировку. Сколько процентов от цены, назначенной производителем, составляла стоимость транспортировки товара?

**23.** Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением  $|x^2 - 2x| - x^2 = |y^2 - 2y| - y^2$ . Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых прямая  $y = p - x$  имеет с данным множеством точек плоскости более двух общих точек.

### Модуль «Геометрия».

**24.** В окружность радиуса 3 вписаны шесть равных окружностей, каждая из которых касается данной окружности и двух соседних. Вычислите площадь фигуры, ограниченной этими шестью окружностями.

**25.** Точка  $M$  – середина стороны  $AC$  остроугольного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB > BC$ . Касательные к описанной окружности  $\Omega$  треугольника  $ABC$ , проведённые в точках  $A$  и  $C$ , пересекаются в точке  $P$ . Отрезки  $BP$  и  $AC$  пересекаются в точке  $S$ . Пусть  $AD$  – высота треугольника  $ABP$ . Описанная окружность  $\omega$  треугольника  $CSD$  второй раз пересекает окружность  $\Omega$  в точке  $K$ . Докажите, что  $\angle CKM = 90^\circ$ .

**26.** На дуге окружности, стягиваемой хордой  $KN$ , взяты точки  $L$  и  $M$ . Биссектрисы углов  $KLM$  и  $LMN$  пересекаются в точке  $P$ , лежащей на хорде  $KN$ . Известно, что отношение длины хорды  $KL$  к длине хорды  $KN$  равно 0,4. Найдите отношение площади треугольника  $KLP$  к площади треугольника  $MNP$ .