

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 236

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

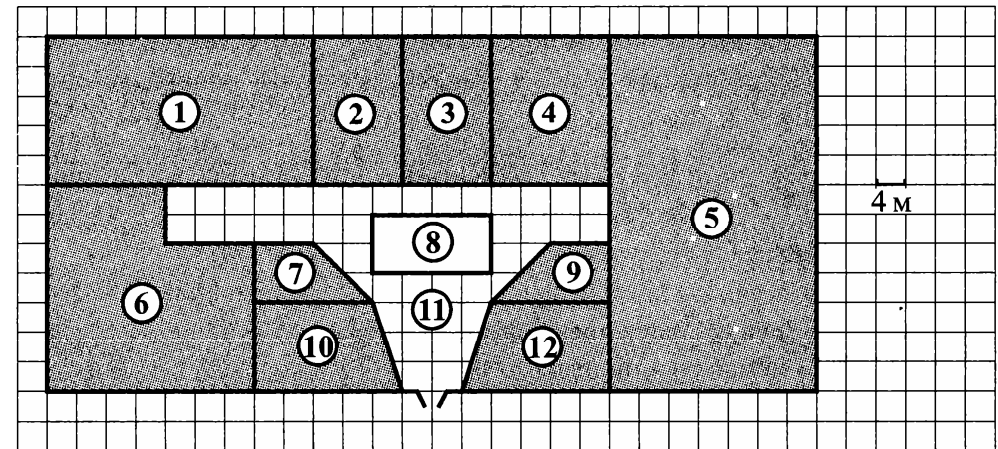
Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5

На рисунке изображён план торгового центра. Сторона каждой клетки на плане равна 4 м. У центра имеется единственный вход. Напротив входа в торговый центр расположен фонтан круглой формы, а прямо за ним – детская игровая площадка. Справа от входа находится магазин косметики, а в смежном с ним торговом павильоне – салон сотовой связи. Слева от входа находится кафе, а следующий за кафе павильон – магазин часов.



Самый большой по площади магазин – сетевой гипермаркет. В смежном с ним павильоне расположен магазин детской одежды. В павильоне в форме буквы «Г» находится магазин спортивных товаров, а рядом с ним – магазин электроники

площадью 720 кв. м. В павильоне, смежном с магазином электроники, продаётся мужская одежда. Между магазином с мужской одеждой и детской одеждой находится ювелирный магазин.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Магазины	Ювелирные изделия	Часы	Спортивные товары	Электроника
Цифры				

Ответ: _____.

2. Резиновая плитка для пола продаётся в упаковках по 18 штук площадью 0,36 кв. м каждая. Сколько упаковок резиновой плитки понадобилось, чтобы уложить ею полы на детской площадке?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь, которую занимает магазин спортивных товаров (в м²).

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от магазина косметики до магазина электроники (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Компания планирует устроить дополнительное электроснабжение для генерации 900 кВт·ч в сутки для торгового центра. Руководство компании рассматривает два варианта: солнечные батареи или ветрогенератор. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о стоимости электроэнергии даны в таблице.

Источник электроэнергии	Стоимость оборудования (руб.)	Стоимость установки оборудования (руб.)	Стоимость электроэнергии за 1 кВт·ч
Ветрогенератор	960 600	290 700	1,9
Солнечные батареи	1 261 000	395 300	1,1

Обдумав оба варианта, компания решила установить солнечные батареи. Через сколько суток непрерывной работы дополнительного электроснабжения экономия от использования солнечных батарей вместо ветрогенератора компенсирует разность в стоимости их установки?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $0,0625 : \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{16}\right) \cdot 2,8$.

Ответ: _____.

7. Сравните числа $a = 4\sqrt{3 + \sqrt{3}} + \sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}}$ и $b = 11$.

1) $a < b$

2) $a = b$

3) $a > b$

4) сравнить невозможно

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $8\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{64}) + 16$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $\frac{2+x}{2-x} + \sqrt{x} = 1+x$. Если корней несколько, запишите их в ответ

без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. На пяти карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5. Наугад вынимается одна карточка, затем кладётся обратно и перемешивается с остальными карточками. Далее вынимается вторая карточка. Найдите вероятность того, что число на второй карточке будет больше, чем на первой.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и областью определения этих функций. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других дополнительных символов.

А)

$$y = \frac{4}{x-5}$$

Б)

$$y = \sqrt{x-2}$$

В)

$$y = \sqrt{x-\sqrt{x}}$$

1) $\{0\} \cup [1; +\infty)$

2) $[2; +\infty)$

3) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$

Ответ: _____.

12. Найдите сумму первых девятнадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если известно, что $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 324$.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\left(1 - \frac{7a+b}{a-b}\right) \cdot \left(1 - \frac{4a}{a+3b}\right) : \left(1 + \frac{8a^2+8b^2}{a^2-9b^2}\right) \cdot (3a-b)$

при $a = 13 - 3\sqrt{82}$, $b = 18 - \sqrt{82}$.

Ответ: _____.

14. Повышение температуры Δt (в °С) стального осколка, падающего с высоты h (в метрах) и имеющего у поверхности земли скорость v (в м/с), можно вычислить по формуле $\Delta t = \frac{2gh - v^2}{2c}$, где g – ускорение свободного падения (в м/с²), c – удельная теплоёмкость стали (в Дж/(кг·°С)). Пользуясь этой формулой, найдите c (в Дж/(кг·°С)), если $v = 50$ м/с, $\Delta t = 7,5$ °С, $g = 10$ м/с², $h = 500$ м.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} \sqrt{x^3+3x+4} > -2 \\ (x^2+4x+10)^2 - 7(x^2+4x+11) + 7 < 0 \end{cases}$.

1) \emptyset 2) $(-3; -1)$ 3) $(-3; -1]$ 4) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. Окружность ω_1 радиуса $2\sqrt{6}$ с центром O_1 и окружность ω_2 радиуса $\sqrt{6}$ с центром O_2 расположены так, что $O_1O_2 = \sqrt{70}$. Прямая l_1 касается окружностей в точках A_1 и A_2 , а прямая l_2 – в точках B_1 и B_2 . Окружности ω_1 и ω_2 лежат по одну сторону от прямой l_1 и по разные стороны от прямой l_2 . Точки A_1 и B_1 лежат на окружности ω_1 . Точки A_2 и B_2 принадлежат окружности ω_2 . Точки A_1 и B_1 лежат на разные стороны от прямой O_1O_2 . Через точку B_2 проведена прямая l_3 , перпендикулярная прямой l_2 . Прямая l_1 пересекает прямую l_2 в точке A , а прямую l_3 – в точке B . Найдите AB .

Ответ: _____.

17. К окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной, равной 6, проведена касательная, пересекающая две его стороны. Найдите периметр отсечённого треугольника.

Ответ: _____.

18. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Продолжение стороны AB за точку B пересекается с продолжением стороны DC за точку C в точке E . Найдите косинус угла BAD , если $AB = 2$, $BD = 2\sqrt{6}$, $CD = 5$, $BE : EC = 4 : 3$.

Ответ: _____.

19. Найдите площадь кольца, ограниченного окружностями, которые заданы уравнениями $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 41 = \frac{36}{\pi}$ и $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 41 = \frac{81}{\pi}$.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если медиана треугольника делит его на два неравных равнобедренных треугольника, то этот треугольник – прямоугольный.
- 2) Синусы углов треугольника обратно пропорциональны длинам сторон, лежащих против этих углов.
- 3) Если синусы всех углов положительны, то треугольник остроугольный.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 1 + \sqrt{y-1} = \frac{1}{y^2} - (x+z)^2 \\ x^2 + y^2 = 2y \end{cases}$$
.

22. Из пункта A в пункт C выехал с постоянной скоростью велосипедист. За два километра до промежуточного пункта B он решил, что необходимо ехать быстрее, и увеличив скорость в пункте B (до пункта B он ехал с первоначальной скоростью) продолжил движение с постоянной скоростью вплоть до пункта C . Приехав в C , он обнаружил, что время движения каждой из скоростей было прямо пропорционально соответствующей скорости и что на первые 18 км пути он затратил времени в полтора раза больше, чем на последние 18 км. Найдите расстояние между пунктами A и B , если известно, что расстояние между A и C равно 75 км.

23. Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением $2y - |y - x| + y(1 - 2x) + x = 0$. Найдите все значения p , при которых прямая $y = px - 3p - 1$ имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия».

24. Через вершины A и B квадрата $ABCD$, проведена окружность так, что касательная к ней, проведённая из вершины C , равна удвоенной стороне квадрата. Найдите площадь этого квадрата, если радиус проведённой окружности равен 7.

25. Через середину каждой диагонали выпуклого четырёхугольника проведена прямая, параллельная другой диагонали. Точка пересечения этих прямых соединена с серединами сторон четырёхугольника. Докажите, что четырёхугольник разбивается таким образом на четыре равновеликие (по площади) части.

26. В остроугольном треугольнике ABC две высоты равны 3 и $2\sqrt{2}$, а их точка пересечения делит третью высоту в отношении 5:1, считая от вершины треугольника. Найдите площадь треугольника ABC .