

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 235

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

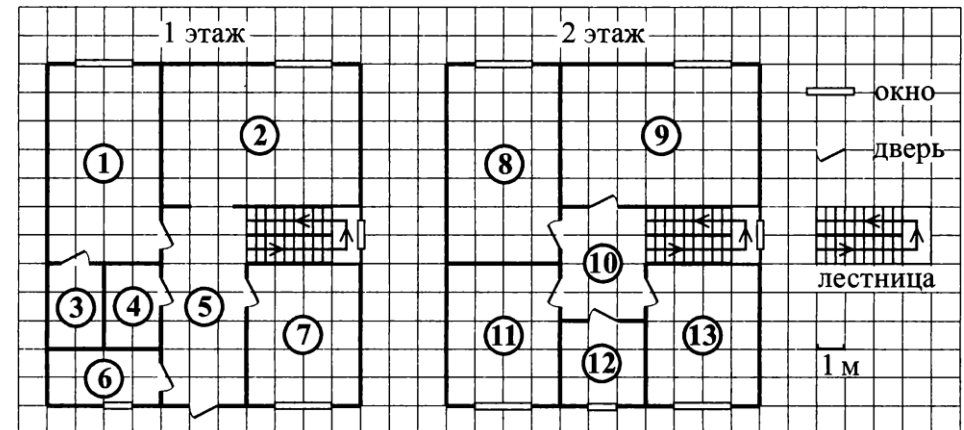
Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5

На рисунке изображён план двухэтажного дома. Сторона каждой клетки на плане равна 1 м. Дом имеет прямоугольную форму. У дома имеется единственный вход шириной 1 м. При входе в дом слева располагается котельная, а дальше по коридору, обозначенному цифрой 5, – санузел. Напротив входа в санузел находится рабочий кабинет, обозначенный цифрой 7. Если от входа пройти прямо до конца коридора, то можно попасть в гостиную. Напротив лестницы, ведущей на второй этаж, расположена кухня, из которой можно попасть в кладовую площадью 6 кв. м. Вход в спортзал расположен напротив лестницы на втором этаже, а смежная с ним комната – спальня. Напротив спальни имеется ванная комната (смежные с ванной комнатой помещения – это игровая комната, обозначенная числом 11, и детская комната).



1. Для комнат, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Комнаты	Спортзал	Кладовая	Спальня	Гостиная
Цифры				

Ответ: _____.

2. Керамическая плитка продаётся в упаковках по 6 штук площадью 0,3 кв. м каждая. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы покрыть ею полы на кухне, в санузле и ванной комнате?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь, которую занимает рабочий кабинет и гостиная (в м²).

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние (в метрах) от левого угла коридора, примыкающего к котельной, до лестницы (до ближайшей её точки по прямой). Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Хозяин дома планирует устроить в жилом доме электроснабжение для генерации 90 кВт·ч в сутки. Он рассматривает два варианта: централизованное или автономное на солнечных батареях. Цены на оборудование и стоимости его установки, а также стоимости электроэнергии даны в таблице.

Источник электроэнергии	Стоимость оборудования (руб.)	Стоимость установки оборудования (руб.)	Стоимость электроэнергии за 1 кВт·ч
Солнечные батареи	720 210	97 800	1,28
Централизованный	29 410	23 600	5,53

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить солнечные батареи. Через сколько полных суток непрерывной работы электроснабжения экономия от использования солнечных батарей вместо централизованного электричества компенсирует разность в стоимости их установки?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(8\frac{5}{12} - 5\frac{19}{36}\right) \cdot 4,5 - 5\frac{2}{3} : 0,85 + \frac{2}{3}$.

Ответ: _____.

7. Сравните числа $a = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{5}}{\sqrt{11} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{11} + \sqrt{5}}{\sqrt{11} - \sqrt{5}}$ и $b = 5$.

1) $a < b$

2) $a = b$

3) $a > b$

4) сравнить невозможно

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{(1-\sqrt{6})^2(1+\sqrt{6})^2 - (1-\sqrt{5})^2(1+\sqrt{5})^2}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $x^3 + x^2 - 16x + 20 = 0$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. На пяти карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5. Две из этих пяти карточек вынимаются наугад, одна за другой. Найдите вероятность того, что число на второй карточке будет больше, чем на первой.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и областью значений этих функций. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других дополнительных символов.

А)

$$y = \sqrt[3]{x}$$

Б)

$$y = \sqrt{2-x}$$

В)

$$y = \frac{x+3}{x-2}$$

1) $[0; +\infty)$

2) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

3) $(-\infty; +\infty)$

Ответ: _____.

12. Найдите трёхзначное натуральное число, не кратное 10, цифры которого образуют геометрическую прогрессию. Если из этого числа вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Если же из первоначального числа вычесть 400, то получится число, цифры которого образуют арифметическую прогрессию.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\left(\frac{a-x}{a^2+ax+x^2} - \frac{1}{a-x}\right) \cdot \left(\frac{2x+a}{a} + \frac{2a+x}{x}\right)$ при

$$a = 7 - 3\sqrt{19}, \quad x = 10 - 3\sqrt{19}.$$

Ответ: _____.

14. Скорость протона v (в м/с), движущегося по окружности в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции, можно вычислить по формуле $v = \frac{eBR}{m}$, где e – заряд электрона (в Кл), B – индукция магнитного поля (в Тл), R – радиус траектории движения протона (в метрах), m – масса протона (в кг). Пользуясь этой формулой, найдите радиус траектории R (в метрах), если $v = 8$ км/с, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $B = 16,7$ мкТл, $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств
$$\begin{cases} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + 3x - 10} < 0 \\ \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x - 2} > 0 \end{cases}.$$

1) $(-\infty; -5) \cup (-3; -1) \cup (1; 2)$

2) $(-\infty; -5) \cup (-3; -2) \cup (1; 2)$

3) $(-3; -1) \cup (1; 2)$

4) $(-\infty; -5) \cup (-3; -1) \cup (3; +\infty)$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. Дан треугольник ABC с углами $\angle A = 20^\circ$ и $\angle B = 80^\circ$. На стороне AB отмечена точка D , причём $AD = BC$. Найдите градусную меру угла BDC .

Ответ: _____.

17. В равнобедренном треугольнике ABC известно, что $AC = 4$, $AB = BC = 6$. Биссектриса угла C пересекает сторону AB в точке D . Через точку D проведена окружность, касающаяся стороны AC в её середине и пересекающая отрезок AD в точке E . Найдите площадь S треугольника DEC . В ответе запишите значение выражения $9\sqrt{2} \cdot S$.

Ответ: _____.

18. В трапецию, у которой меньшее основание равно 6, вписана окружность. Одна из боковых сторон делится точкой касания на отрезки, равны 9 и 4. Найдите площадь трапеции.

Ответ: _____.

19. Дан квадрат. Из точки внутри квадрата проведены отрезки к серединам всех сторон квадрата. Получилось, что квадрат разбился на четыре четырёхугольника, площади которых равны 18, 25, 42 и S . Найдите S . В ответе запишите сумму полученных значений.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений неверны? Если неверных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

- 1) Точка $(-3; 7)$ не лежит на прямой $2x + 3y = 15$.
- 2) Уравнение $y = kx + 3$ задаёт множество всех возможных прямых, проходящих через точку $(0; 3)$.
- 3) Если синус одного из углов треугольника равен косинусу другого угла, то этот треугольник прямоугольный.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите неравенство $27\sqrt{x+2} + 7x \geq \sqrt{(x^2+81)(9x+67)}$.

22. Первый рабочий изготовил 60 деталей на три часа быстрее другого. За сколько часов второй рабочий изготовит 90 деталей, если, работая вместе, они изготовили за один час 30 деталей? Производительности рабочих постоянны.

23. Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением $\frac{(|x|+|y|)^2 - 8(|x|+|y|) + 15}{\sqrt{2x+y-1}}(x^2+y^2-16) = 0$. Найдите все значения p , при которых прямая $y = px - 1$ имеет с графиком функции ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия».

24. В круг радиуса 4 вписаны равносторонний треугольник и квадрат, имеющие общую вершину. Найдите площадь общей части треугольника и квадрата.

25. В круге проведены два перпендикулярных диаметра AE и BF . На дуге EF взята точка C . Хорды AC и CB пересекают диаметры BF и AE в точках P и Q соответственно. Докажите, что площадь четырёхугольника $APQB$ равна квадрату радиуса круга.

26. На сторонах BC и DC параллелограмма $ABCD$ выбраны точки D_1 и B_1 соответственно так, что $BD_1 = DB_1$. Отрезки BB_1 и DD_1 пересекаются в точке Q . Найдите градусную меру угла BAQ , если $\angle ABC = 126^\circ$.