

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 234

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит восемнадцать заданий: в части 1 — пятнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

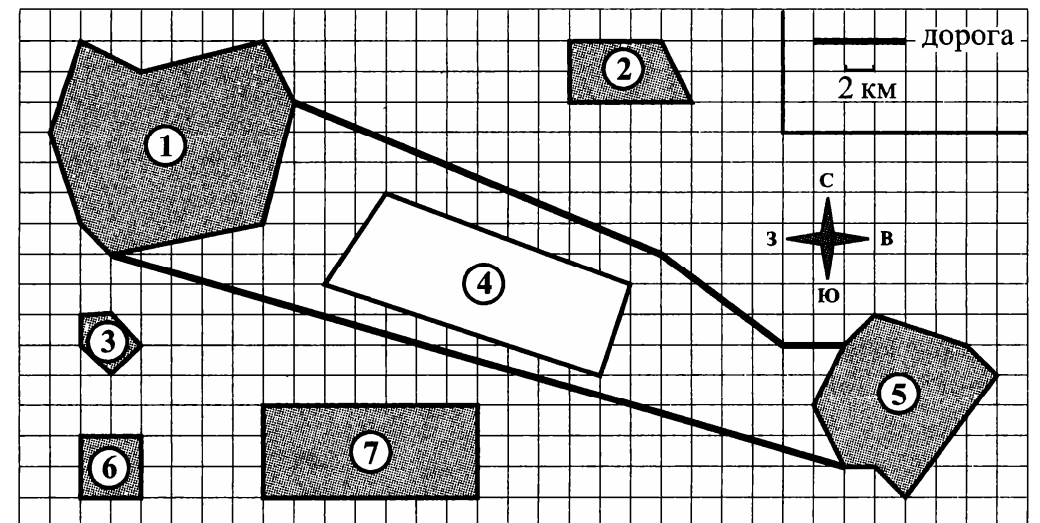
Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 20 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра».

Прочитайте Внимательно текст и выполните задания 1-5

На плане (см. рисунок) изображены два города с прилегающей к ним территорией (сторона каждой клетки на плане равна 2 км). Город Пихтин расположен юго-восточнее города Берёзовка и соединён с ним двумя автомобильными дорогами, между которыми находится территория под строительство нового агрокомплекса. К востоку от Берёзовка находится конезавод, а южнее – питомник декоративных растений площадью 10 км^2 . Также рядом с городами находится территория мебельной фабрики квадратной формы, а к востоку от фабрики – поля подсолнечника.



1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов и других дополнительных символов.

Объект	Мебельная фабрика	Конезавод	Город Пихтин	Питомник растений
Цифры				

Ответ: _____.

2. Питомник засаживают полностью соснами с плотностью засаживания 24 саженца на 100 м^2 . Саженцы продаются ящиками по 70 штук в каждом ящике. Какое минимальное количество ящиков необходимо приобрести?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь территории строящегося агрокомплекса (в гектарах).

Ответ: _____.

4. Найдите кратчайшее расстояние (в км) по дороге между городами Пихтин и Берёзовск.

Ответ: _____.

5. Фермер выбирает сорт подсолнечника для получения подсолнечного масла: Ясон или Люкс. Он планирует посадить 10 га подсолнечника одного сорта. На 1 га необходимо 10 кг семян, а оптовая цена подсолнечного масла составляет 53 рубля за 1 кг. Стоимость семян, полива, удобрений и прочих работ, урожайность сорта с гектара и процентный выход масла указаны в таблице.

Сорт	Цена семян (руб./кг)	Стоимость удобрений, полива и прочих работ (руб./га)	Урожайность (ц/га)	Процентный выход масла (%)
Люкс	76,8	35 000	34	44
Ясон	100	56 000	42	52

Обдумав оба варианта, фермер выбрал для посадки сорт Ясон. Сколько гектаров сорта Люкс необходимо было бы засеять, чтобы получить столько же прибыли, сколько от продажи масла, полученного из подсолнечного сорта Ясон?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $5\frac{4}{7} : \left(8,4 \cdot \frac{6}{7} \cdot \left(6 - \frac{(2,3+5:6,25) \cdot 7}{8 \cdot 0,0125 + 6,9} \right) - 20,384 : 1,3 \right) + \frac{13}{14}$.

Ответ: _____.

7. Сравните числа $a = 7\pi$ и $b = 21,99$, где π – отношение длины окружности к её диаметру.

1) $a < b$

2) $a = b$

3) $a > b$

4) сравнить невозможно

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{11-6\sqrt{2}}{\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}}} + \sqrt{2}$.

Ответ: _____.

9. Решите уравнение $2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x - 1)^2 = 13(x^3 - 1)$. Если корней несколько, запишите их в ответ без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

Ответ: _____.

10. На девяти карточках написаны цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Две из этих девяти карточек вынимаются наугад и укладываются на стол в порядке появления, затем читается полученное число, например 07 (семь), 14 (четырнадцать) и т.д. Найдите вероятность того, что число будет чётным. Результат округлите до тысячных.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между функциями и областью определения этих функций. В ответе укажите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов и других дополнительных символов.

А)

$$y = \frac{5}{x+2}$$

Б)

$$y = \frac{1}{|x-3|}$$

В)

$$y = \sqrt{\frac{3+2x-x^2}{x-2}}$$

1) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

2) $(-\infty; -1] \cup (2; 3]$

3) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$

Ответ: _____.

12. Разность арифметической прогрессии отлична от нуля. Числа, равные произведениям первого члена этой прогрессии на второй, второго члена на третий и третьего на первый, в указанном порядке составляют геометрическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

Ответ: _____.

13. Найдите значение выражения $\frac{5}{a+b} - \frac{5a-5b}{2a-5b} \cdot \left(\frac{2a-5b}{a^2-b^2} - 2a+5b \right)$ при $a = 5 + 3\sqrt{13}$,

$$b = 9 + 3\sqrt{13}.$$

Ответ: _____.

14. Папа, обучая девочку кататься на коньках, скользит с ней со скоростью v_0 (в м/с). В некоторый момент он аккуратно толкает девочку в направлении движения. При этом скорость папы уменьшается до v_1 (в м/с). Скорость девочки после толчка v_2 (в м/с), можно вычислить по формуле $v_2 = \frac{(m_1 + m_2)v_0 - m_1v_1}{m_2}$, где m_1 – масса папы (в кг), m_2 – масса девочки (в кг). Пользуясь этой формулой, найдите массу девочки m_2 (в кг), если $v_2 = 6$ м/с, $v_0 = 4$ м/с, $m_1 = 80$ кг, $v_1 = 3,5$ м/с.

Ответ: _____.

15. Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} |x^2 - 3x + 2| - 1 \leq x - 2 \\ \sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} > 2 - x \end{cases}$.

1) $(-\infty; -3) \cup (-1; 2) \cup (2; +\infty)$

2) \emptyset

3) $[1 + \sqrt{2}; 3]$

4) $[1; 2) \cup (2; 3]$

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия».

16. В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 6$, а высота, проведённая к основанию AD , равна 3. Биссектриса угла BAD пересекает сторону BC в точке M , причём $MC = 4$. N – точка пересечения биссектрисы AM и диагонали BD . Найдите площадь треугольника BNM .

Ответ: _____.

17. Два круга, радиусы которых равны 5 и 3, расположены один вне другого. Отрезки общих касательных к окружностям данных кругов AC и BD (A, B, C, D – точки касания) равны 6. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

18. Точка M лежит на боковой стороне CD трапеции $ABCD$. Известно, что $\angle BCD = \angle CBD = \angle ABM = \arccos \frac{5}{6}$ и $AB = 9$. Найдите BM .

Ответ: _____.

19. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми $3x - 7y + 5 = 0$, $3x - 5y - 5 = 0$, $y - 2 = 0$.

Ответ: _____.

20. Какие из следующих утверждений неверны? Если неверных утверждений несколько, запишите их номера без пробелов и других дополнительных символов в порядке возрастания.

- 1) Если ABC – треугольник, то $AB^2 = (\overline{AC} + \overline{BC})^2$.
- 2) Центр окружности $x^2 + 2x + y^2 + 10y = 0$ лежит в первой координатной четверти.
- 3) Прямые $y = x + 7$ и $y = x - 3$ параллельны и расстояние между ними равно 10.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра».

21. Решите уравнение $\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 7} = \sqrt{x^2 - x + 2} - \sqrt{x^2 - 5x + 8}$.

22. Известно, что 0,5 кг лука, 3 кг картофеля и 1 кг огурцов стоят вместе 238 рублей, а 2 кг лука и 4 кг огурцов стоят 820 рублей. Сколько рублей стоят 1 кг лука, 2 кг картофеля и 2 кг огурцов вместе?

23. Постройте множество точек плоскости, заданное уравнением $\frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0$. Найдите все значения p , при которых прямая $y = px$ имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия».

24. На отрезке AC дана точка B , причём $AB = 14$, $BC = 28$. На отрезках AB , BC и AC как на диаметрах построены полуокружности в одной полуплоскости относительно прямой AC . Найдите радиус окружности, касающейся всех трёх окружностей.

25. Пусть A_0 и B_0 – середины сторон BC и AC треугольника ABC соответственно. Вписанная в треугольник ABC окружность касается сторон BC и AC в точках A_1 и B_1 соответственно. Докажите, что если окружность с центром в точке A_0 и радиусом A_0A_1 касается окружности, описанной около треугольника ABC , в точке дуги BC , не содержащей точку A , то и окружность с центром в точке B_0 и радиусом B_0B_1 также будет касаться описанной вокруг треугольника ABC окружности.

26. Около остроугольного треугольника ABC описана окружность с центром в точке O и радиусом 16. Расстояния от точки O до сторон BC , AC и AB равны 12, 9, 2 соответственно. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .