C1 Найдите все значения x, для каждого из которых соответствующая ему точка графика функции $y=\dfrac{\log_{0,5}(29-7x)}{1-4x}$ лежит выше соответствующей ему точки графика функции $y=-\dfrac{3}{1-4x}$.

Ответ:
(0,25; 3).

Решение:

1) $\dfrac{\log_{0,5}(29-7x)}{1-4x}>-\dfrac{3}{1-4x}$; $\dfrac{\log_{0,5}(29-7x)+3}{1-4x}>0$.

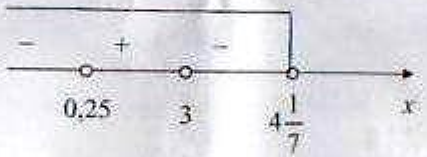
2) Решим неравенство методом интервалов:

а) $29-7x>0$; $x<4\frac{1}{7}$;

б) $29-7x=8$; $x=3$;

в) $1-4x\neq 0$; $x\neq 0,25$.

г)



Ответ: (0,25; 3).

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) составление неравенства, соответствующего условию; 2) решение неравенства. Все тождественные преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность выделенных шагов решения. В шаге 2) решения неравенства допущена одна описка или негрубая вычислительная ошибка при определении знаков значений левой части неравенства на найденных промежутках. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

C2 В точке $C(x;y)$ графика функции $y=4x^{-2}-x$ проведена касательная к графику функции, параллельная оси абсцисс. Найдите координаты точки C.

Ответ:
$C(-2;3)$.

Решение:

1) Найдем абсциссу точки касания

$y'=4\cdot(-2)\cdot x^{-3}-1=-\dfrac{8}{x^3}-1=\dfrac{-8-x^3}{x^3}$;

$y'=0$ при $x=-2$, $-2\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

2) Найдем ординату точки касания

$y(-2)=4\cdot\dfrac{1}{4}+2=3$

Точка C имеет координаты $(-2;3)$.

Ответ: $C(-2;3)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена абсцисса точки касания; 2) найдена ордината точки касания. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены вычислительная ошибка или вычислительная ошибка и описка в шагах 1) или 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ. Или найдена только абсцисса точки касания.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

C3 Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство $\dfrac{x-(2^a+2^{3-a})}{x-(\cos a-1)}\leqslant 0$ выполнено при всех x, принадлежащих промежутку $(6;\ 9)$.

Ответ:
$a\leqslant 0$; $a\geqslant 3$.

Решение:

1) При всех значениях a выполнены неравенства $\cos a - 1 \leqslant 0 < 2^a + 2^{3-a}$, поэтому множество решений неравенства есть промежуток $\left(\cos a - 1;\ 2^a + 2^{3-a}\right]$;

2) требование задачи выполнено тогда и только тогда, когда $2^a + 2^{3-a} \geqslant 9$;

3) полученное неравенство равносильно следующему

$$2^{2a} - 9\cdot 2^a + 8 \geqslant 0 \Leftrightarrow \left(2^a - 1\right)\left(2^a - 8\right) \geqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^a \leqslant 1 \\ 2^a \geqslant 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a \leqslant 0 \\ a \geqslant 3. \end{array}\right.$$

Ответ: $a \leqslant 0;\ a \geqslant 3$.

Замечание. Степень подробности предложенного нами решения достаточна для получения максимальной оценки. При этом в работах выпускников:

1) исходное неравенство может быть решено методом интервалов или перебором знаков числителя и знаменателя;

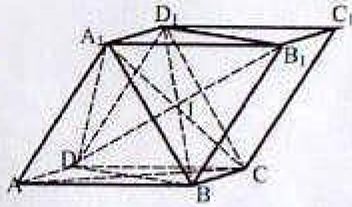
2) нахождение необходимого и достаточного условия на параметр может сопровождаться рисунками, иллюстрирующими различные варианты расположения промежутков на числовой оси.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С3
4	Обоснованно получен верный ответ.
3	Получен ответ, возможно, *неточный* (т.е. отличающийся от верного заменой строгого неравенства нестрогим). Обоснование ответа, возможно, содержит некоторые неточности или пробелы (например, неверно объяснено или не объяснено вовсе, какая из двух границ множества решений исходного неравенства больше).
2	Получено необходимое и достаточное условие на параметр в виде неравенства (возможно, *неточного*), но оно не решено или решено неверно.
1	В решении есть некоторые продвижения: например, найдено множество решений исходного неравенства или приведено только необходимое условие ($2^a + 2^{3-a} > 6$) на параметр.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 – 4 балла.

С4 Все грани призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – равные ромбы со стороной, равной 2. Углы BAD, BAA_1 и DAA_1 равны 60° каждый. Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости BDD_1.

Ответ:
$\sqrt{2}$.

Решение:



1. Все ребра данной призмы равны между собой, и так как грани призмы ромбы с углом 60°, то меньшая диагональ в каждом ромбе равна 2. Отсюда следует, что DBB_1D_1 – ромб, со стороной 2.

2. Рассмотрим отрезок A_1J, где J – точка пересечения диагоналей ромба DBB_1D_1.

Треугольник DA_1B_1 равнобедренный, следовательно, медиана A_1J треугольника DA_1B_1 является его высотой, то есть $A_1J \perp DB_1$. Аналогично, $A_1J \perp D_1B$. Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, $A_1J \perp D_1BB_1$ и поэтому расстояние от A_1 до плоскости D_1BB_1 равно отрезку A_1J.

3. $A_1D = A_1B = 2$, следовательно, $JD = JB$, как проекции равных наклонных. Отсюда следует, что $DB_1 = BD_1$. Получили: диагонали в ромбе DBB_1D_1 равны. Значит, ромб D_1DBB_1 – квадрат, со стороной 2. Отсюда $DJ = \sqrt{2}$. Теперь из прямоугольного треугольника A_1JD находим $A_1J = \sqrt{A_1D^2 - DJ^2} = \sqrt{2}$.

Ответ: $\sqrt{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С4
4	Приведено обоснованное решение и получен верный ответ.
3	Приведены вычисления длин отрезков, требуемых для получения ответа, и получен верный ответ. Обоснование полученного ответа содержит пробелы или отсутствует. Например, не описано построение перпендикуляра к плоскости BDD_1
2	Найдены не все требуемые формы и величины (например, установлено только, что диагональное сечение – квадрат **и** указан искомый отрезок). Окончательный ответ не получен или неверен.
1	Найдена только одна из требуемых форм и величин (например, установлено только то, что диагональное сечение – квадрат **или** указан искомый отрезок). Окончательный ответ не получен
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок 1 – 4 баллов.

C5 Решите уравнение $f\left(f(-x^2)\right)=f(x^2)$, где $f(t)=\begin{cases}|t|, & t\geqslant -1,\\ 4-4(t+1)^{-1}, & t<-1.\end{cases}$

Ответ:
$-1\leqslant x\leqslant 1,\ x=\pm\sqrt{5}$.

Решение:

1) так как $1-(t+1)^{-1}=\dfrac{t}{t+1}>0$ при $t<-1$, то $f(t)\geqslant 0$ при всех t, поэтому

$f\left(f(-x^2)\right)=\left|f(-x^2)\right|=f(-x^2)$

и уравнение равносильно следующему $f(-x^2)=f(x^2)$;

2) в случае $|x|\leqslant 1$ уравнение выполнено, так как имеет вид

$f(-x^2)=f(x^2)\Leftrightarrow\left|-x^2\right|=\left|x^2\right|$;

3) в случае $|x|>1$ данное уравнение равносильно следующему

$4-4(-t+1)^{-1}=t$ (где $t=x^2>1$) $\Leftrightarrow 4t=t^2-t$

$t(t-5)=0\Leftrightarrow x^2=5\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$.

Ответ: $-1\leqslant x\leqslant 1,\ x=\pm\sqrt{5}$.

Замечание. Степень подробности предложенного нами решения достаточна для получения максимальной оценки. При этом решению можно придать большую наглядность с помощью схематического графика данной функции.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C5
4	Обоснованно получен верный ответ.
3	Получен ответ, возможно, *неточный* (т.е. отличающийся от верного заменой нестрогого неравенства строгим). Обоснование ответа, возможно, содержит некоторые неточности или пробелы (например, неверно объяснено или не объяснено вовсе, почему упрощается левая часть уравнения).
2	В одном из двух указанных нами случаев получен верный ответ (возможно, *неточный*), а другой случай не разобран или разобран неверно.
1	В решении есть некоторые продвижения: например, уравнение сведено к более простому или частично разобран один из двух указанных нами случаев.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 – 4 балла.