



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 542

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

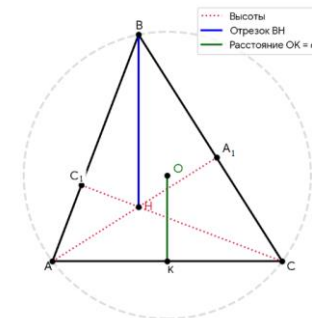
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В остроугольном треугольнике ABC высоты AA₁ и CC₁ пересекаются в точке H. Радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 10. Расстояние от центра описанной окружности до стороны AC равно 6. Найдите длину отрезка BH.

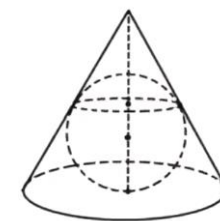


Ответ: _____.

2. Векторы \vec{a} и \vec{b} имеют длины $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 4$. Известно, что длина вектора $2\vec{a} - \vec{b}$ равна $\sqrt{43}$. Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .

Ответ: _____.

3. В конус вписан шар. Известно, что отношение высоты конуса к радиусу его основания равно 4:3, а объем конуса равен 27. Найдите объем вписанного шара.



Ответ: _____.

4. Два теннисиста играют матч до трёх побед в сетах (то есть матч заканчивается, как только один из них выигрывает 3 сета). Вероятность того, что первый игрок выиграет любой отдельно взятый сет, равна 0,6. Найдите вероятность того, что для выявления победителя в матче потребуется сыграть ровно 4 сета.

Ответ: _____.

5. На заводе производят процессоры. Каждый чип проходит два независимых теста качества на разных конвейерах. Если чип исправен, он проходит первый тест с вероятностью 0,95, а второй — с вероятностью 0,98. Если чип бракованный, то он ошибочно проходит первый тест с вероятностью 0,1, а второй — с вероятностью 0,05. Известно, что в среднем 4% выпускаемых чипов изначально имеют скрытый брак. Чип отправляется в продажу, только если он успешно прошел хотя бы один из двух тестов. Из партии готовой продукции (уже отправленной в продажу) случайным образом берут один чип. Какова вероятность того, что этот чип окажется исправным? Ответ округлите до десятичных.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $x^{\log_3 x} = 81x^3$. Если корней несколько, в ответе укажите их произведение.

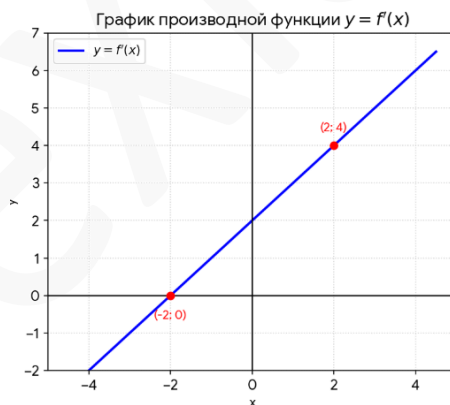
Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\log_2(\sin 15^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 75^\circ) + \frac{5}{2}$.

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 5)$. Известно, что график её производной $y = f'(x)$ представляет собой прямую линию, проходящую через точки с координатами $(-2; 0)$ и $(2; 4)$. Найдите значение разности $f(3) - f(-1)$.

Ответ: _____.



9. В ходе химического эксперимента температура высокотоксичного раствора в реакторе меняется по закону: $T(t) = T_0 + 40 \ln(t + 1) - t^2$, где t — время в минутах с момента начала реакции, $T_0 = 25^\circ C$ — начальная температура раствора. Известно, что скорость изменения температуры раствора — это производная функции $T(t)$ по времени. Если скорость изменения температуры становится равной ровно $4^\circ C / \text{мин}$, автоматика активирует аварийный сброс хладагента. Через сколько минут после начала эксперимента сработает автоматика?

Ответ: _____.

10. Два муравья, Геркулес и Гектор, ползут по круговой дорожке длиной 110 см в одном направлении. Геркулес ползёт с постоянной скоростью v см/с. Гектор хитрее: первую секунду он ползёт со скоростью 1 см/с, вторую — 2 см/с, третью — 3 см/с и так далее. Известно, что Геркулес и Гектор стартовали одновременно из одной точки, и за первые 20 секунд движения Гектор опередил Геркулеса на один круг ровно один раз, причём это произошло ровно в момент окончания некоторой секунды. Найдите максимально возможное целое значение скорости v см/с.

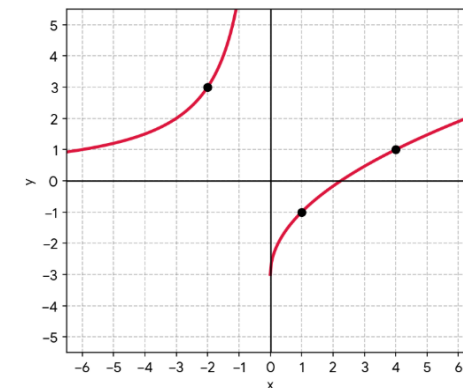
Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, заданной формулой:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x}, & \text{если } x < 0 \\ a\sqrt{x} + b, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

Найдите, при каком отрицательном значении x выполняется равенство $f(x) = f(9)$.

Ответ: _____.



12. Найдите наименьшее значение функции:

$$y = 9x^2 - 12x \cdot \cos(\pi x) + 8 - 4\sqrt{3} \sin(\pi x) \text{ на отрезке } [0; 1].$$

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

Часть 2.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{4\sin^4 x - 5\cos 2x - 1}{\sqrt{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD точка M – точка пересечения медиан грани SBC. Точка L делит апофему грани SDC в отношении 5 : 2, считая от вершины S. На диагонали основания AC отмечена точка K, такая что AK : KC = 3 : 4.

А) Докажите, что плоскость KLM проходит через вершину D.

Б) Найдите объем меньшей из частей, на которые плоскость KLM делит пирамиду SABCD, если объем пирамиды SABCD равен 432.

15. Решите неравенство: $\log_2(4^x - 12 \cdot 2^x + 32) \leq 2x - 1 + \log_2\left(\frac{2^x - 8}{2^x - 3}\right)$.

16. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 7 млн рублей на некоторый срок (целое число лет).

Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года.
 - С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.
 - В первые 3 года кредитования выплаты подбираются так, чтобы долг уменьшался строго на 1,5 млн рублей каждый год.
 - Во все последующие годы (начиная с 4-го) выплаты должны быть равными (аннуитетными) до полного погашения кредита.
- Найдите, на какой максимальный общий срок можно взять кредит, чтобы общая сумма выплат банку не превысила 12,5 млн рублей.

17. В прямоугольнике KLMN $KL < LM$. Окружность ω_1 с центром O_1 вписана в угол MNK и касается окружности ω_2 с центром в точке O_2 , вписанной в угол KLM, причем прямая NO_1 касается окружности ω_2 . Известно, что радиус окружности ω_1 относится к радиусу окружности ω_2 как 2 : 3. Прямая O_1O_2 пересекает стороны KL и MN в точках P и R соответственно, а общая касательная окружностей ω_1 и ω_2 пересекает стороны LM и KN в точках Q и S соответственно.

А) Докажите, что площадь четырехугольника PQRS относится к площади прямоугольника KLMN как 25 : 49.

Б) Найдите отношение площадей треугольников PRS и PRQ.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{\log_{|x|}(x^2 - 2x - a) - \log_{|x|}(2|x - 1| + a)}{\sqrt{7x - 4a}} = 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Трёхзначное нечетное число n состоит из различных цифр и делится на каждую из них.

А) Может ли его среди его цифр быть 9?

Б) Какая у него последняя цифра?

В) Сколько таких чисел существует?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.