



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 538

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

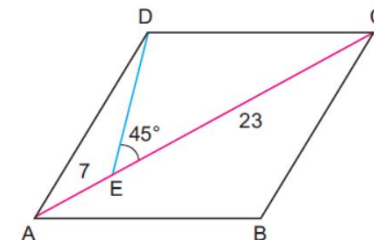
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. На диагонали AC ромба ABCD взята точка E такая, что AE = 7, CE = 23, угол DEC = 45°. Найдите длину стороны AB.

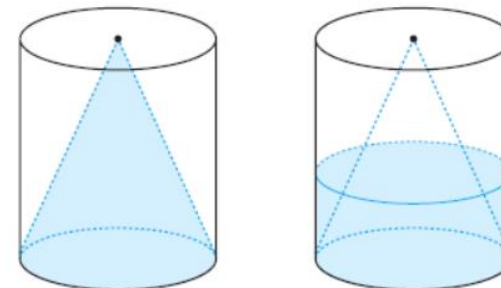


Ответ: _____.

2. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, а векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны.

Ответ: _____.

3. На рисунке даны цилиндр и конус с одинаковыми основаниями и одинаковыми высотами, причём конус полностью заполнен водой. Когда в боковой поверхности конуса близко к основанию проделывают отверстие, уровни воды в цилиндре и в конусе становятся одинаковыми. Объём воды, оставшейся в конусе, составляет 19 см³. Найдите объём цилиндра в см³.



Ответ: _____.

4. В ящике лежат 5 красных и 5 синих шаров. Из ящика наугад вынимают 4 шара. Найдите вероятность того, что среди вынутых шаров окажется больше синих, чем красных. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Стрелок А попадает в мишень с вероятностью 0,6, а стрелок В — с вероятностью 0,5. Они стреляют по очереди, пока кто-то не попадет. Каждый может сделать не более двух выстрелов. Предполагая, что любой из стрелков может начать первым с равной вероятностью, найдите вероятность того, что мишень будет поражена стрелком В.

Ответ: _____.

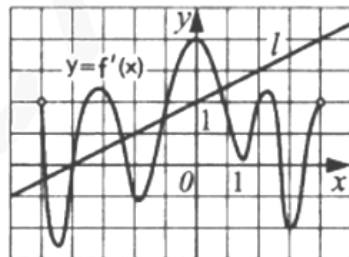
6. Решите уравнение $\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} = 3$. В ответе укажите сумму целых корней.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $5^{\log_1\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{\sqrt{2}}\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} + \log_1\frac{1}{10+2\sqrt{21}}}$.

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 4)$. На рисунке изображен график её производной и прямая l . Найдите число касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой l .



Ответ: _____.

9. Для проведения физического эксперимента используется цепь, состоящая из источника питания с ЭДС $\varepsilon = 12B$ и внутренним сопротивлением $r = 2 \text{ Ом}$, а также регулируемого реостата с сопротивлением R (в Ом). Мощность P (в Ваттах), выделяемая на реостате, вычисляется по формуле:

$$P(R) = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

Для корректной работы измерительных приборов необходимо, чтобы мощность на реостате находилась в диапазоне от 10 до 16 Вт включительно. При этом конструкция реостата позволяет изменять сопротивление в пределах от 0,2 до 12 Ом.

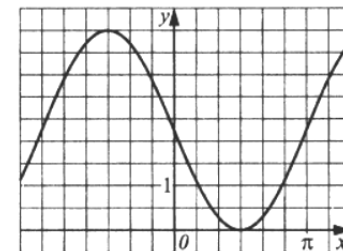
Найдите суммарную длину всех интервалов значений сопротивления R , при которых приборы будут работать корректно.

Ответ: _____.

10. Первая труба наполняет пустой резервуар на 4 часа быстрее, чем вторая. Сначала открыли только первую трубу на время, равное одной трети времени, которое требуется второй трубе, чтобы наполнить резервуар в одиночку. Затем первую трубу закрыли и открыли вторую на время, равное одной трети времени, которое требуется первой трубе, чтобы наполнить резервуар в одиночку. В результате резервуар был заполнен на $13/18$ своего объема. За сколько часов одна первая труба может наполнить пустой резервуар?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \sin x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \lg(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1)$ на отрезке $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - \sin x - 1}{\sqrt{-\cos x} \cdot \operatorname{tg} x} = 0$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки K , L и M – середины ребер AA_1 , $D_1 C_1$ и BC соответственно.

А) Докажите, что плоскость KLM перпендикулярна диагонали DB_1 .

Б) Найдите ребро куба, если расстояние от точки A до плоскости KLM равно $\sqrt{3}$.

15. Решите неравенство: $\log_{|x|}(3|x| - 2) + \log_{3|x|-2}(|x|) \leq \frac{5}{2}$.

16. В начале января 2026 года у Зинаиды Карловны есть 1 BTC. На 1 января его цена составляет 6 млн рублей. Гадалка предсказала Зинаиде Карловне, что в течение 2026 года цена биткоина будет увеличиваться на 500 тыс. рублей 1-го числа каждого следующего месяца (с февраля по декабрь включительно). Зинаида Карловна может в начале любого месяца (после изменения цены) (с февраля по декабрь) продать свой биткоин и сразу же положить все вырученные деньги на банковский депозит на Каймановых Островах. Банк начисляет 6% ежемесячно на остаток по счету (сложный процент). В начале какого месяца Зинаиде Карловне следует продать биткоин, чтобы к концу года (на 31 декабря 2026 г.) сумма на счете Зинаиды Карловны была максимально возможной?

17. В квадрате $KLMN$ точка D – середина стороны KL , точка E – середина отрезка DM . На стороне KN отмечена точка B так, что $KB : BN = 1 : 3$.

А) Докажите, что $\angle DBE = 45^\circ$

Б) Найдите расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников BDE и BMD , если площадь четырехугольника $BEMN$ равна 17.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{a^2 - 2a \cdot (\cos x + 2) + \cos^2 x + 4\cos x + 3}{\sin x} = 0$$

имеет ровно три различных корня на отрезке $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

19. Дано натуральное число n . Обозначим через $S(n)$ сумму его цифр.

А) Существует ли такое n , что $n + S(n) + S(S(n)) = 2026$?

Б) Существует ли такое n , что $n \cdot S(n) = 2025$?

В) Найдите все n , для которых $n + S(n) = n^2$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.