

4. Деревянный куб с ребром, равным 4, покрасили со всех сторон, а затем распилили на 64 одинаковых маленьких кубика с ребром 1. Эти кубики перемешали в непрозрачном мешке. Найдите вероятность того, что наудачу извлеченный из мешка кубик имеет ровно две окрашенные грани.

Ответ: _____.

5. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при первом выстреле равна 0,8. Известно, что если биатлонист попадает в мишень, он чувствует уверенность, и вероятность попадания при следующем выстреле возрастает до 0,9. Если же он промахивается, вероятность попадания при следующем выстреле падает до 0,5. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

Ответ: _____.

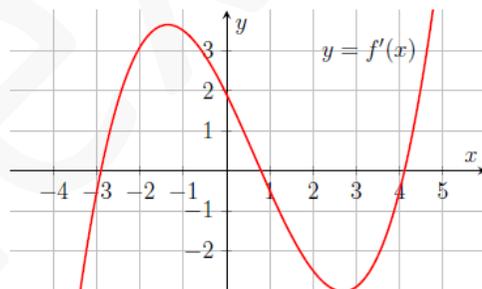
6. Решите уравнение $(x^2 - 7x + 6)\sqrt{\log_3(x-2)} = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите их сумму.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{5 \cos 109^\circ}{\cos 71^\circ} - \frac{14 \sin 311^\circ}{\cos 41^\circ}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -x - 11$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

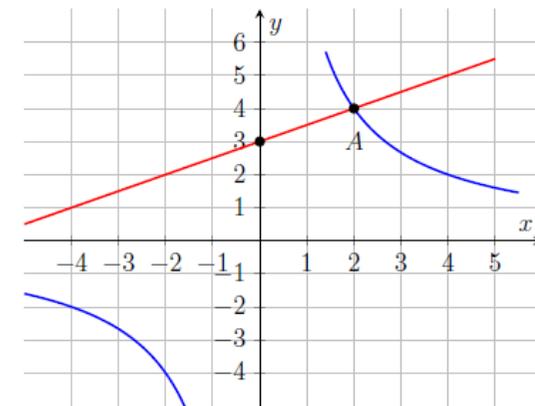
9. Температура остывающего чайника (в градусах Цельсия) описывается законом $T(t) = T_c + (T_0 - T_c) \cdot 2^{-\frac{t}{\tau}}$, где $T_c = 20^\circ\text{C}$, $T_0 = 100^\circ\text{C}$, $\tau = 5$ мин., t – время в минутах. Сколько минут чайник будет остывать от 60°C до 30°C ?

Ответ: _____.

10. По шоссе, параллельному железной дороге, движется автомобиль со скоростью 90 км/ч. Навстречу ему едет товарный поезд со скоростью 54 км/ч. Известно, что автомобиль проезжает мимо поезда ровно за 18 секунд. Найдите длину товарного поезда в метрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^3 + 2x^2 + 72}{x}$ на отрезке $[1; 6]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{\log_{-\sqrt{2}\sin x}(1 - \sin 2x) - 2}{\sqrt{2}\cos x + 1} = 0$.

Б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Дан цилиндр с осевым сечением в виде прямоугольника и центрами нижнего и верхнего оснований в точках O и O_1 соответственно. Плоскость α проходит через диаметр AB нижнего основания и имеет с верхним основанием ровно одну общую точку K .

А) Докажите, что проекция точки K на плоскость нижнего основания лежит на прямой, проходящей через точку O перпендикулярно AB .

Б) Найдите расстояние от центра верхнего основания (точки O_1) до плоскости α , если радиус основания цилиндра равен 15, а высота цилиндра равна 20.

15. Решите неравенство: $\frac{\sqrt{10-x} \cdot \log_2 x - 3 \log_2 x - 2\sqrt{10-x} + 6}{\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4} \geq 0$.

16. 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 14-й долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 15-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что последний (пятнадцатый) платеж по кредиту составил 306 тысяч рублей. Найдите сумму, которую планируется взять в кредит, если общая сумма всех выплат после полного его погашения составит 1195 тысяч рублей. Ответ дайте в тыс. рублей.

17. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке P .

А) Докажите, что прямая, проходящая через точку P и середину стороны AD , перпендикулярна стороне BC .

Б) Найдите радиус окружности, описанной около четырехугольника $ABCD$, если известно, что отрезки диагоналей равны: $AP = 3$, $BP = 4$, $CP = 8$.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|y| + x^2 - 4) \cdot (|x| + y^2 - 4) \cdot (x^2 + y^2 - |x| - |y|) = 0, \\ y - x = a \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

19. Ученик рассматривает дробь $\frac{a^2 + b^2}{a - b}$, где a и b — различные натуральные числа, причем $a > b$.

А) Может ли значение этой дроби быть равным 10?

Б) Может ли значение этой дроби быть равным 4?

В) Найдите наименьшее возможное целое значение этой дроби, если дополнительно известно, что $b \geq 11$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.