



@ALEXLARIN_NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 530

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

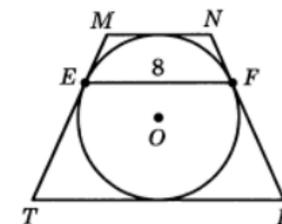
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

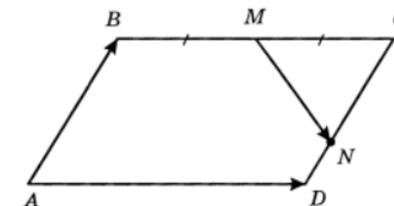
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию $TMNK$ касается её боковых сторон в точках E и F . $MT = NK$, $EF = 8$; $S_{TMNK} = 125$. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию $TMNK$.



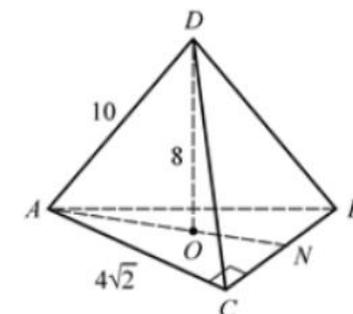
Ответ: _____.

2. $ABCD$ – параллелограмм, точка M – середина BC , на CD отмечена точка N так, что $CN : ND = 3 : 1$. $\vec{AB}(2;5)$, $\vec{AD}(3;-4)$, Найдите длину вектора \vec{MN} .



Ответ: _____.

3. В основании пирамиды $ABCD$ лежит прямоугольный треугольник ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, O – точка пересечения медиан, $DO = 8$ – высота пирамиды. $AD = 10$; $AC = 4\sqrt{2}$. Найдите BC .



Ответ: _____.

4. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

Ответ: _____.

5. При перевозке ящика, в котором содержались 21 стандартная и 10 нестандартных деталей, утеряна одна деталь, причем неизвестно, какая. Наудачу извлеченная (после перевозки) из ящика деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что была утеряна нестандартная деталь. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

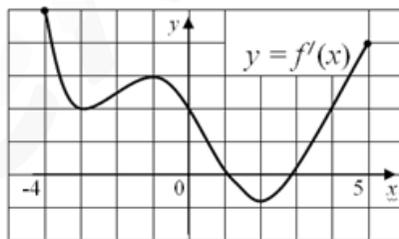
6. Решите уравнение $3^{2x-1} \cdot 5^{3x+2} = \left(\frac{9}{5}\right) \cdot 5^{2x} \cdot 3^{3x}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sin^4 x + \cos^4 x$, если $\sin x + \cos x = 1,2$.

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $[-4; 5]$. На рисунке приведен график её производной. Найдите количество точек графика функции $y = f(x)$, касательная в которых параллельна прямой $5x - 2y = 1$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

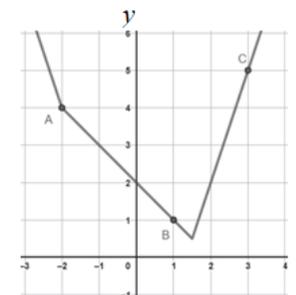
9. Автомобиль, масса которого равна $m = 1800$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 400$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 10 кН. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

10. Из пункта А в пункт В выехал автомобиль и одновременно из пункта В в пункт А выехал велосипедист. После встречи они продолжали свой путь. Автомобиль, доехав до пункта В, тотчас повернул назад и догнал велосипедиста через два часа после момента первой встречи. Сколько времени (в часах) после первой встречи ехал велосипедист до пункта А, если известно, что к моменту второй встречи он проехал $\frac{2}{5}$ всего пути от В до А? Скорости автомобиля и велосипедиста постоянны.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = |x + a| + |bx + c| + d$, где a, b, c и d - целые числа. Найдите сумму: $a + b + c + d$.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 6 - \log_2(16x - x^2)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\log_2(\cos x) \cdot \log_{\cos x}(\sin^2 x) = -1$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{11\pi}{4}\right]$

14. На окружности основания конуса с вершиной S отмечены точки K и M по одну сторону от диаметра основания AB так, что плоскости ASK и BSM наклонены к плоскости основания конуса под углами $\arctg\sqrt{2}$ и $\arctg\sqrt{3}$, причём точка M принадлежит дуге BK , не содержащей точку A . Тангенс угла наклона образующей конуса к плоскости основания равен $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

А) Докажите, что плоскость KMS наклонена к плоскости основания конуса под углом 60° .

Б) Найдите площадь треугольника SKM , если радиус основания конуса равен 2.

15. Решите неравенство: $(4 \cdot 3^x + 3^{-x})^{3\log_3(x-1) - \log_3(2x^2 - x - 1)} > 1$.

16. 16 ноября Аристарх взял в банке в кредит 1 млн. руб. на шесть месяцев. Условия возврата кредита таковы:

- 28-го числа каждого месяца долг увеличивается на 10 % по сравнению с 16-м числом текущего месяца;
- с 1-го по 10-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- в случае задержки выплат (от 1 до 5 дней) дополнительно взимаются пени: за каждые просроченные сутки 1% от суммы, которую необходимо было выплатить в текущем месяце;
- 16-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей:

Дата	16.11	16.12	16.01	16.02	16.03	16.04	16.05
Долг, тыс. руб.	1000	800	700	500	300	200	0

Определите, сколько тысяч рублей Аристарх выплатит банку сверх взятого кредита, если известно, что он осуществлял выплаты 7 декабря, 12 января, 10 февраля, 9 марта, 1 апреля и 15 мая.

17. Внутри квадрата $ABCD$ отмечена точка O , а через нее проведены прямые, параллельные сторонам квадрата, пересекающие стороны AB , BC , CD и DA в точках X , Y , Z и T соответственно. DY – биссектриса угла XYC

А) Докажите, что площадь прямоугольника $XBYO$ в два раза больше площади $ZDYO$.

Б) Найдите сторону квадрата, если дополнительно известно, что $\operatorname{tg}\angle DYC = \frac{3}{2}$, а площадь наименьшего из прямоугольников, на которые квадрат делится прямыми XZ и YT равна 15.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 + x^2 - 2|x|) \cdot (y + x^2 - 2|x| + 2)}{\sqrt{4 - x^2} \cdot \sqrt{(|x| + y)(y + 1)}} = 0 \\ y = ax - 2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19. Натуральное число n будем называть *особым*, если все его цифры нечетные.

А) Сколько *особых* чисел $n < 100$?

Б) Бесконечная возрастающая последовательность $\{a_n\}, (n \geq 1)$ состоит из всех *особых* чисел. Чему равно a_{100} ?

В) Какие квадраты натуральных чисел будут *особыми*?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.