



©ALEXLARIN.NET

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 524

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

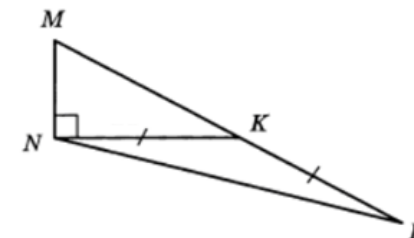
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

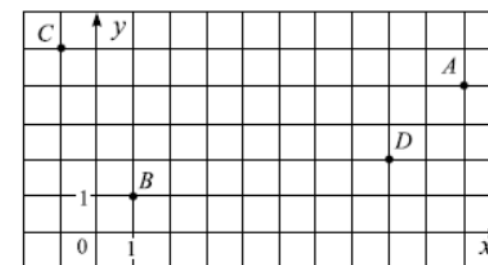
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике  $MNL$  на стороне  $ML$  отмечена точка  $K$  так, что  $NK=KL=7$  и угол  $MNK$  равен  $90^\circ$ . Найдите  $NL$ , если  $MN=24$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Найдите скалярное произведение  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$   $K$  – середина ребра  $BC$ ,  $S$  – вершина. Известно, что  $AB=12$  а  $SK=4$ . Найдите косинус угла между прямыми  $SK$  и  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов, 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму составляет: для лыжника 0,9, для велосипедиста 0,8, для бегуна 0,75. Найти вероятность того, что вызванный наугад спортсмен выполнит квалификационную норму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых автомашин как 3:2. Вероятность того, что грузовая машина будет заправляться на этой бензоколонке, равна 0,1; для легковой автомашины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. С какой вероятностью эта машина грузовая? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Решите уравнение  $x^{\sqrt[3]{x^2}} = (\sqrt{x})^x$ . Если корней несколько, в ответе запишите их произведение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения  $a^3 - 30a$ , если  $a = \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{50}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Прямая  $y = -4x + 9$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

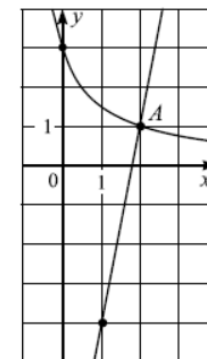
**9.** Груз массой 0,25 кг колеблется на пружине. Его скорость ( $v$ , м/с) меняется по закону  $v(t) = 0,2 \sin(2\pi t)$ , где  $t$  — время в секундах. Кинетическая энергия груза (в Дж) вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ . Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $12,5 \cdot 10^{-4}$  Дж. При необходимости ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** Из пунктов А и В, расположенных на расстоянии 100 км, навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Через 4 часа они встретились. После встречи скорость первого велосипедиста, едущего из А в В, возросла на 5 км/ч, а скорость второго, едущего из В в А, возросла на 10 км/ч. Известно, что первый велосипедист прибыл в пункт В на 1 час раньше, чем второй прибыл в пункт А. Определить первоначальную скорость первого велосипедиста в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{a}{x-c}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12.** Найдите точку минимума функции  $y = 3x - \ln(x+3)^3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**  
**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $\frac{1 - \sin x + \sqrt{3} \sin 2x}{2\sqrt{3} \cos x - 3} = \frac{1}{3} + \sin x$ .

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right)$ .

14. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  через середину ребра  $B_1 C_1$  и центр грани  $ADD_1 A_1$  проходит плоскость  $\alpha$ , параллельная диагонали  $BD_1$ .

А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через середину ребра  $AB$ .

Б) Найдите угол между плоскостью  $ABB_1$  и плоскостью  $\alpha$ , если  $AB:AA_1:BC=1:2:3$ .

15. Решите неравенство:  $\log_{\frac{x^2 - 12x + 30}{10}} \left( \log_2 \frac{2x}{5} \right) > 0$ .

16. Планируется построить новый завод, который ежегодно будет выпускать  $x$  тыс. ед. продукции, причем затраты на производство этого количества продукции составят  $0,25x^2 + 5x$  млн рублей в год. Кроме того планируется, что транспортные расходы на доставку продукции до места реализации составят  $x + 24$  млн рублей в год. После продажи продукции ( $x$  тыс. ед.) по цене  $p$  тыс. рублей, где  $p$  – целое число, за единицу ежегодная прибыль завода (в млн рублей) составит разность между полученной суммой денег и суммарными затратами по производству продукции и транспортных расходов. При каком наименьшем значении  $p$  строительство завода окупится не более, чем за 6 лет, если расходы по его строительству оцениваются в размере 150 млн рублей?

17. Из точки  $M$  вне окружности проведены касательные и секущая, причем точки касания и точки пересечения секущей с окружностью являются вершинами некоторой трапеции. Угол между касательными равен  $60^\circ$ .

А) Докажите, что диагональ трапеции равна отрезку касательной от точки  $M$  до точки касания.

Б) Найдите отношение большего основания трапеции к меньшему.

18. Для каждого значения параметра  $a$  найдите все значения параметра  $b$ , для которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - \log_2(y - 1)) \cdot (y - 2 \ln^2 2 \cdot \log_2 x - 3) = 0 \\ y = ax + b \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Два трехзначных числа, не имеющих нулевых цифр будем называть родственными, если у них одинаковые произведения цифр. Множество родственных чисел будем называть родом.

А) Может ли род иметь 10 членов?

Б) Может ли род иметь 17 членов?

В) Сколько родов имеют три члена?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.