



Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 524

Профессиональный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

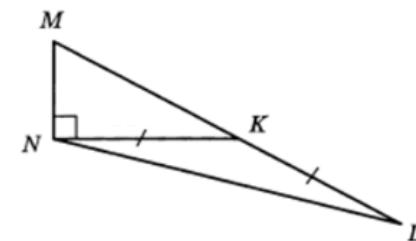
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

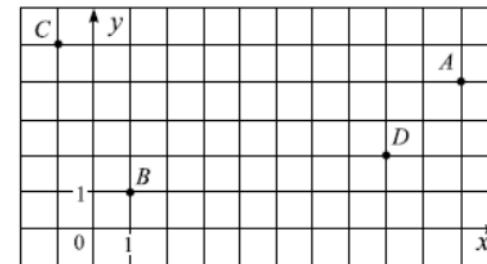
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике MNL на стороне ML отмечена точка K так, что $NK=KL=7$ и угол MNK равен 90° . Найдите NL, если $MN=24$.



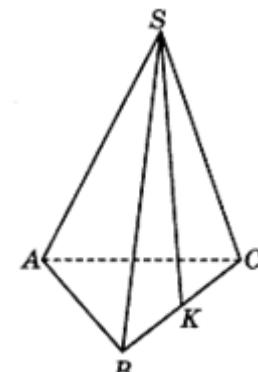
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости отмечены точки A, B, C и D. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$.



Ответ: _____.

3. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K – середина ребра BC , S – вершина. Известно, что $AB = 12$ а $SK = 4$. Найдите косинус угла между прямыми SK и AB .



Ответ: _____.

- 4.** В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов, 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму составляет: для лыжника 0,9, для велосипедиста 0,8, для бегуна 0,75. Найти вероятность того, что выбранный наугад спортсмен выполнит квалификационную норму.

Ответ: _____.

- 5.** Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых автомашин как 3:2. Вероятность того, что грузовая машина будет заправляться на этой бензоколонке, равна 0,1; для легковой автомашины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке подъехала для заправки машина. С какой вероятностью эта машина грузовая? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 6.** Решите уравнение $x^{\sqrt[3]{x^2}} = (\sqrt{x})^x$. Если корней несколько, в ответе запишите их произведение.

Ответ: _____.

- 7.** Найдите значение выражения $a^3 - 30a$, если $a = \sqrt[3]{20} + \sqrt[3]{50}$.

Ответ: _____.

- 8.** Прямая $y = -4x + 9$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 4x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

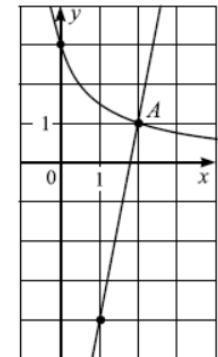
- 9.** Груз массой 0,25 кг колеблется на пружине. Его скорость (v , м/с) меняется по закону $v(t) = 0,2 \sin(2\pi t)$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза (в Дж) вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$. Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $12,5 \cdot 10^{-4}$ Дж. При необходимости ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 10.** Из пунктов А и В, расположенных на расстоянии 100 км, навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Через 4 часа они встретились. После встречи скорость первого велосипедиста, едущего из А в В, возросла на 5 км/ч, а скорость второго, едущего из В в А, возросла на 10 км/ч. Известно, что первый велосипедист прибыл в пункт В на 1 час раньше, чем второй прибыл в пункт А. Определить первоначальную скорость первого велосипедиста в км/ч.

Ответ: _____.

- 11.** На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{a}{x-c}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

- 12.** Найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2.
Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{1 - \sin x + \sqrt{3} \sin 2x}{2\sqrt{3} \cos x - 3} = \frac{1}{3} + \sin x$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right)$.

14. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA₁B₁C₁D₁ через середину ребра B₁C₁ и центр грани ADD₁A₁ проходит плоскость α , параллельная диагонали BD₁.

А) Докажите, что плоскость α проходит через середину ребра AB.

Б) Найдите угол между плоскостью ABB₁ и плоскостью α , если AB:AA₁:BC=1:2:3.

15. Решите неравенство: $\log_{\frac{x^2-12x+30}{10}} \left(\log_2 \frac{2x}{5} \right) > 0$.

16. Планируется построить новый завод, который ежегодно будет выпускать x тыс. ед. продукции, причем затраты на производство этого количества продукции составят $0,25x^2 + 5x$ млн рублей в год. Кроме того планируется, что транспортные расходы на доставку продукции до места реализации составят $x + 24$ млн рублей в год. После продажи продукции (x тыс. ед.) по цене p тыс. рублей, где p – целое число, за единицу ежегодная прибыль завода (в млн рублей) составит разность между полученной суммой денег и суммарными затратами по производству продукции и транспортных расходов. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 6 лет, если расходы по его строительству оцениваются в размере 150 млн рублей?

17. Из точки M вне окружности проведены касательные и секущая, причем точки касания и точки пересечения секущей с окружностью являются вершинами некоторой трапеции. Угол между касательными равен 60° .

- А) Докажите, что диагональ трапеции равна отрезку касательной от точки M до точки касания.
- Б) Найдите отношение большего основания трапеции к меньшему.

18. Для каждого значения параметра a найдите все значения параметра b , для которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - \log_2(y-1)) \cdot (y - 2 \ln^2 2 \cdot \log_2 x - 3) = 0 \\ y = ax + b \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Два трехзначных числа, не имеющих нулевых цифр будем называть родственными, если у них одинаковые произведения цифр. Множество родственных чисел будем называть родом.

- А) Может ли род иметь 10 членов?
 Б) Может ли род иметь 17 членов?
 В) Сколько родов имеют три члена?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.