

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 497

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

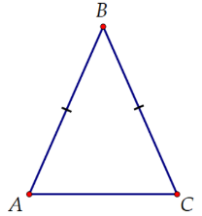
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

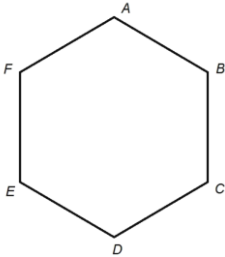
1. Площадь равнобедренного остроугольного треугольника равна 290, а длина боковой стороны равна 29. Найдите квадрат длины основания этого треугольника.



Ответ: _____.

2. Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна 11.

Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{FE}$.



Ответ: _____.

3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы со стороной основания 45 см, налили воду. Высота уровня воды равна 8 см. Воду перелили в другой сосуд такой же формы, в результате чего высота уровня воды повысилась на 192 см. Найдите длину стороны основания второго сосуда. Ответ дайте в см.

Ответ: _____.

4. Перед началом матча по водному поло жребием определяется цвет шапочек, в которых играют команды. Команда «Бриз» по очереди играет с командами «Волна», «Дельфин», «Нептун» и «Посейдон». Найдите вероятность того, что команда «Бриз» будет играть в белых шапочках ровно в двух играх.



Ответ: _____.

5. На экзамен вынесено 28 вопросов. Чтобы получить оценку «отлично», необходимо ответить на два вопроса, выбранных случайным образом. Найдите вероятность того, что студент не получит оценку отлично, если он выучил только 22 вопроса. Ответ округлите до сотых.



Ответ: _____.

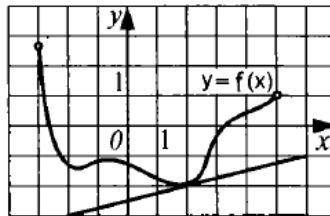
6. Найдите корень уравнения $\log_4(34 - x) + 3 = \log_4 320$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sin 1065^\circ \cdot \operatorname{ctg} 765^\circ \cdot \sin 1005^\circ$.

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 5)$. На рисунке изображен график этой функции и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0 = 2$. Вычислите значение производной функции $y = x^2 \cdot f(x) - 3x$ в точке $x_0 = 2$.



Ответ: _____.

9. Масса радиоактивного вещества m с течением времени меняется по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где T – период полураспада этого вещества, m_0 – масса вещества в момент начала наблюдения, t – время, прошедшее от начала наблюдения.

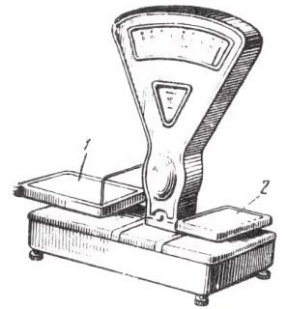
Через 11 минут после начала опыта с радиоактивным веществом его масса была равна 112 г, а через 32 минуты после начала опыта масса вещества стала равна 3,5 г. Определите период полураспада этого вещества. Ответ выразите в минутах.



PROF. ERNEST RUTHERFORD

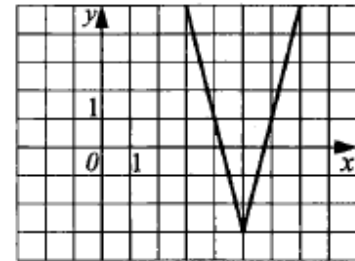
Ответ: _____.

10. На хранение было отправлено несколько тонн фруктов, с содержанием воды 92%. За время хранения вследствие усушки содержание воды в фруктах понизилось и стало равно 90%, в результате чего их вес оставил 5 тонн. Сколько тонн фруктов было отправлено на хранение?



Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $y = a|x + b| + c$, где числа a, b и c – целые. Найдите абсциссу точки пересечения графика данной функции с прямой $y = 23$. Если таких точек несколько, то в ответе укажите большую из абсцисс.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \sin x - 3x + 1,5\pi + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $2\cos^2 x + 3\sin 2x = 4 + 3\cos 2x$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[5\pi; 6\pi]$.

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребрах BB_1 и CC_1 отмечены точки M , N соответственно такие, что $BM : MB_1 = 2 : 5$, $BM : NC_1 = 2 : 3$.

А) Докажите, что BD параллельна плоскости AMN .

Б) Найдите меньший из объёмов, на которые плоскость ABN делит объем призмы, если $AA_1 = 14$, $AD = 3$.

15. Решите неравенство: $\sqrt{25^x - 2^{3-x}} < 7 \cdot 2^{-0,5x} - 2 \cdot 5^x$

16. Полтора года назад Ольга Александровна открыла вклад на сумму

1 млн рублей в банке под $r\%$ годовых на следующих условиях:

– проценты по вкладу начисляются через каждые 6 месяцев на сумму, которая была на счете на момент конца дня предыдущего начисления процентов;

– можно внести сумму на счет и снять деньги со счета в день очередного начисления процентов;

– срок действия договора составляет 1,5 года.

Через полгода после открытия счета Ольга Александровна внесла 330 тыс. рублей, а еще через полгода она сняла со счета 1098 тыс. рублей. К концу договора на счете осталось 428 тыс. рублей. Найдите r .



17. Вершины ромба расположены (по одной) на сторонах параллелограмма.

А) Докажите, что центры ромба и параллелограмма совпадают.

Б) Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если известно, что стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма, а диагонали параллелограмма относятся как 2 : 3.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$16^x - 3 \cdot 2^{3x+1} + 2 \cdot 4^{x+1} - (4 - 4a) \cdot 2^{x-1} - a^2 + 2a - 1 = 0$$

имеет три различных корня.

19. Натуральный ряд «удвоили», т.е. каждое число записали дважды: 1, 1, 2, 2, 3, 3, ... Получившийся ряд чисел разбили на последовательности: $M_1 = (1)$, $M_2 = (1; 2)$, $M_3 = (2; 3; 3)$, ... так, что последовательность M_n содержит n чисел, идущих по порядку.

А) Может ли сумма чисел в какой-либо последовательности равняться 89?

Б) Может ли сумма чисел в какой-либо последовательности равняться 119?

В) Чему равна сумма чисел в последовательности M_{100} ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.