

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 494

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

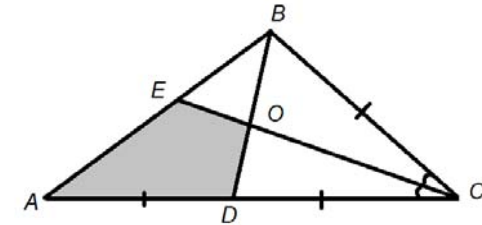
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC BC = DC, BD – медиана, CE – биссектриса. Найдите площадь четырехугольника ADOE, если площадь ABC равна 12.

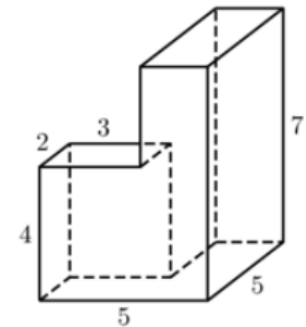


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{m}(6; -2), \vec{n}(-1; 4), \vec{k}(x; -2)$. Найдите x , если $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{k} = 0$.

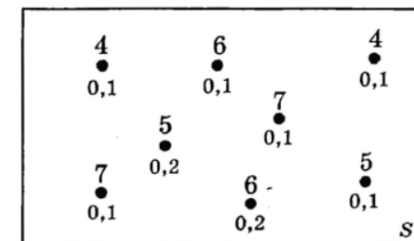
Ответ: _____.

3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке. Все углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

4. На диаграмме Эйлера схематически показан случайный опыт S , с которым связана случайная величина X . Около каждого элементарного события указана вероятность этого события и соответствующее значение случайной величины X . Найдите вероятность события $(X \leq 5)$.



Ответ: _____.

5. Монета бросается до тех пор, пока 2 раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найдите вероятность того, что для этого потребуется четное число бросков. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $2^{\sqrt{\log_2 3}} = 3^{\sqrt{\log_9(4x)-0,5}}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

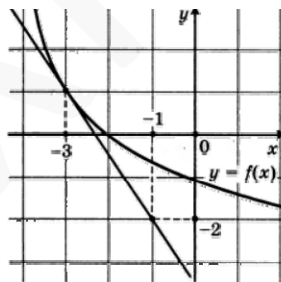
Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения

$$\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg}(70^\circ - x) + \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg}(20^\circ - x) - \operatorname{ctg}(20^\circ - x) \cdot \operatorname{ctg}(70^\circ - x)$$

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -3 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -3$.



Ответ: _____.

9. Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 40$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Определите время, прошедшее с момента

начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 192 метра. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.



Isaak Newton.

10. Два пешехода выходят одновременно навстречу друг другу из пунктов А и В и встречаются через 3 часа. Если бы они оба вышли из пункта А и пошли в пункт В, причем второй вышел бы на 3 часа позднее первого, то второй пешеход догнал бы первого, пройдя две трети расстояния от А до В. Сколько часов потребуется первому пешеходу на путь от А до В?

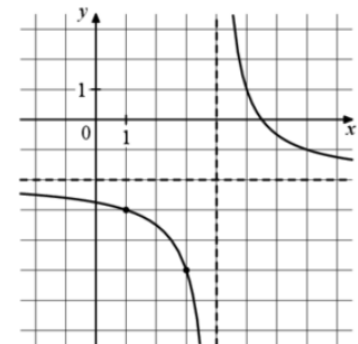


Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{kx + a}{x + b}.$$

Найдите k .



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{2x}{\ln 4} - \log_4(1 - x) - \log_2(4x) - \frac{1}{\ln 4}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13.** А) Решите уравнение $\sin(\log_{\sqrt{x}} x^{\pi x}) + \sin(\pi x) + \cos(\pi x) + \cos(\log_x x^{2\pi}) = 0$
 Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 1]$

- 14.** Перпендикулярные и равные рёбра AD и BC тетраэдра ABCD являются диаметрами двух оснований цилиндра, длина образующей которого равна длине ребра BC.
 А) Докажите, что осевое сечение цилиндра, проходящее через BC, делит высоту тетраэдра ABCD, опущенную на грань ABC, в отношении 5 : 3, считая от вершины D.
 Б) Найдите отношение площади боковой поверхности цилиндра к площади полной поверхности тетраэдра.

- 15.** Решите неравенство:

$$\left(\log_2^2 x + 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \cdot (3 \log_8 x - 1) \geq 2 \log_2 \frac{x}{2} \cdot \log_2 x^2$$

- 16.** В апреле 2025 года планируется взять кредит на 4 года. Условия возврата кредита таковы:
 - в январе долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по март каждого из 2026, 2027, 2028 годов надо выплатить часть долга, причем каждый из платежей 2027 и 2028 годов в 1,2 раза больше платежа предыдущего года;
 - в период с февраля по март 2029 года выплачивается оставшаяся сумма по кредиту, равная 147675 рублям.
 Найдите сумму кредита, если общие выплаты по кредиту составили 329675 рублей.

- 17.** BL - диаметр описанной окружности треугольника ABC, где $\angle B = 85^\circ, \angle C = 25^\circ$. Продолжение высоты BT треугольника ABC пересекает эту окружность в точке M.
 А) Докажите, что $\angle ABM = \angle CAL$
 Б) Найдите длину отрезка ML, если радиус описанной окружности равен $17\sqrt{2}$.

- 18.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 16x^2 + (4 - 5a)(x^3 + x) - \frac{5}{4}a(x^2 + 1)^2 \leq 0 \\ \frac{4x}{x^2 + 1} = \frac{1 - y}{5y} + \frac{ay}{1 - y} + \frac{a}{4} \\ 0 < y < 1 \end{cases}$$



не имеет решений.

- 19.** Натуральное число $n > 1$ будем называть хорошим, если его последняя цифра больше 1, и оно делится на последнюю цифру. Частное от деления хорошего числа n на последнюю цифру обозначим n^* .
 А) Может ли быть $n^* = 18$?
 Б) Пусть m - натуральное число. При каких значениях последней цифры числа m существует такое хорошее число n , что $n^* = m$?
 В) Натуральное число $n > 1$ будем называть отличным, если все его натуральные делители, кроме 1, хорошие числа. Найдите все отличные числа.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.