

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 491

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

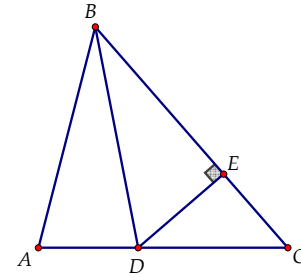
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Площадь треугольника ABC равна 30. На стороне AC взята точка D так, что $AD : DC = 2 : 3$. Длина перпендикуляра DE, проведенного к стороне BC, равна 9. Найдите BC.

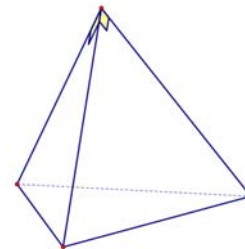


Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a}(2;4)$, $\vec{b}(-2;6)$, $\vec{c}(7;-3)$ и $\vec{d}(-4;-1)$. Найдите значение выражения $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} + \vec{d})$.

Ответ: _____.

3. Все плоские углы при вершине правильной треугольной пирамиды прямые. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если площадь ее основания равна $8\sqrt{3}$.



Ответ: _____.

4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Сапфир» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Сапфир» начнёт игру с мячом не более одного раза.



Ответ: _____.

5. На прохождение службы в рядах ВДВ подали заявку 30 человек. Спортивные нормативы у претендентов принимают три ветерана службы из городов А, Б и В. Ветеран из города А будет смотреть сдачу нормативов у 6 человек, ветеран из города Б – у 21 человека, ветеран из города В – у 3 человек. Есть немаловажная информация о том, что каждый из ветеранов по-разному принимает сдачу нормативов, то есть лояльность приема слабого претендента разная. Таким образом, возможность сдать нормативы и пойти служить в ВДВ у плохо подготовленного претендента распределилась по ветеранам следующим образом: у ветерана А – 40%, у ветерана Б – 70%, у ветерана В – 10%. Найдите вероятность того, что плохо подготовленный претендент сдаст норматив своему ветерану, если известно, что каждый ветеран выбирает себе претендента наугад по списку.

Ответ: _____.

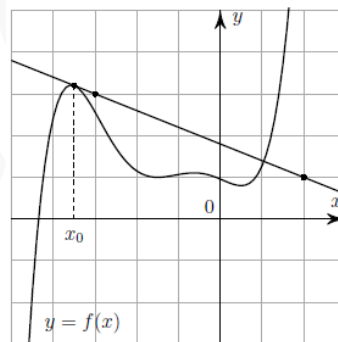
6. Найдите корень уравнения $15^{2x-3} = 7^{2\log_4 225}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $22 \sin^2 \alpha$ если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{10}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в его точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ – начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

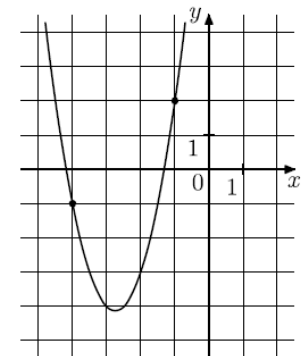
Ответ: _____.

10. Из пункта В в пункт А вышел пешеход. Через 6 часов из пункта А в пункт В навстречу первому вышел второй пешеход. При встрече выяснилось, что второй пешеход прошел на 12 км меньше первого. Отдохнув, они одновременно покинули место встречи и продолжили путь, каждый в своем направлении с прежней скоростью. В результате второй пешеход пришел в пункт В через 8 часов, а первый – в пункт А через 9 часов после встречи. Найдите расстояние между пунктами А и В.



Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + 11$. Найдите $f(0,5)$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (3x^2 - 51x + 51) \cdot e^{6-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $750^{\cos 3x} + 6 \cdot 125^{\frac{1}{3} + \cos 3x} = 5^{5 \cos 3x} + 30^{1 + \cos 3x}$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$.

14. В основании пирамиды ABCD лежит правильный треугольник ABC. Все боковые ребра наклонены к основанию под одним и тем же углом.

А) Докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние между прямыми AB и CD, если $AB = 8\sqrt{3}$, $AD = 5\sqrt{3}$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{0,3}(2-x) + \log_{0,3} \frac{2}{x} \leq \log_{0,3} \left(\frac{3}{x} - 6x + 3 \right)$$

16. Строительство нового завода стоит 340 млн рублей. Затраты на производство x тысяч единиц продукции на этом заводе равны $0,3x^2 + x + 12$ млн рублей в год. Если продукцию завода продавать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,3x^2 + x + 12)$. Когда завод будет построен, то фирма каждый год будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции $p = 14$ тыс. руб за единицу. Каждый следующий год цена продукции будет увеличиваться на 1 тысячу рублей за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?



17. В треугольнике ABC высота CH и медиана СК делят угол ACB на три равных угла.

Площадь треугольника ABC равна $1,5 + \sqrt{3}$.

А) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

Б) Найдите радиус вписанной в треугольник ABC окружности.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y - 1 = ax^2, \\ x - \sqrt{48 - y^2} - 8y = 2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 3, или на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 2502.

А) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 3 или на 7?

Б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?

В) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.