

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 488

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

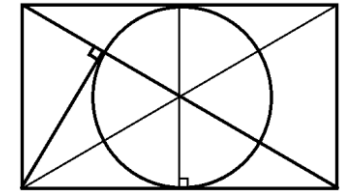
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

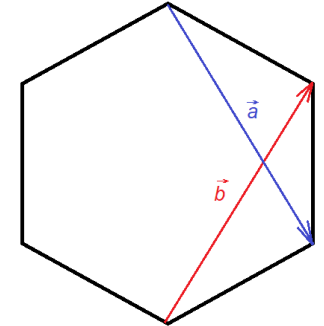
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите площадь прямоугольника, изображенного на рисунке, если радиус окружности равен  $\sqrt[4]{3}$ .



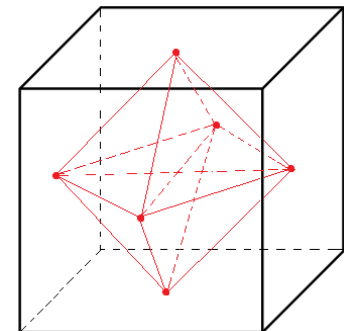
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Сторона правильного шестиугольника равна 1. Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Объем многогранника, с вершинами в центрах граней куба равен 1. Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Имеются три карты. Одна с одной стороны белая, с другой – черная, вторая с обеих сторон белая, третья – с обеих сторон черная. Случайным образом выбираются две карты и кладутся на стол. Найдите вероятность того, что верхние стороны карт разного цвета. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Имеются три карты. Одна с одной стороны белая, с другой – черная, вторая с обеих сторон белая, третья – с обеих сторон черная. Случайным образом выбирается карта и кладется на стол. Верхняя сторона карты черная. Найдите вероятность того, что вторая сторона этой карты тоже черная. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Решите уравнение  $(3 \log_{|5x-3|} 2 \cdot \log_2 |5x-3| - x) \cdot \sqrt{5x^2 - 9x + 4} = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

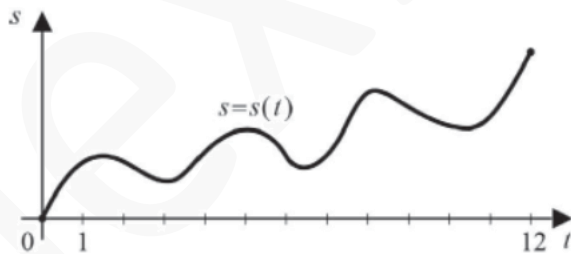
Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\left(\frac{9a^2 - 16b^2}{4b + 3a} - \frac{a^2b - 3ab^2}{ab}\right)^2 : \left(6ab - \frac{8a^3 - b^3}{2a - b}\right)$

при  $4b \neq -3a, a \neq 0, b \neq 0, b \neq 2a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Материальная точка М начинает движение из точки А и движется по прямой в течение 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки А до точки М со временем. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат - расстояние в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки М обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ: \_\_\_\_\_.



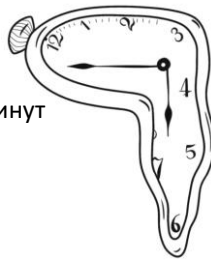
9. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 2160$  тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 18$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где

$m$  - масса экскаватора (в тоннах),  $l$  - длина балок в метрах,  $s$  - ширина балок в метрах,  $g$  - ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 400 кПа. Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

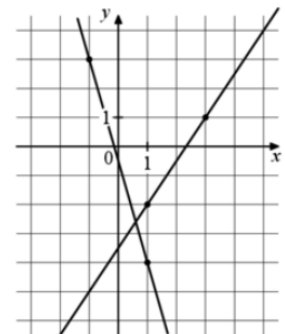
10. Часы со стрелками показывают 6 часов 50 минут. Через сколько минут минутная стрелка в пятый раз поравняется с часовой?

Ответ: \_\_\_\_\_.



11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков

Ответ: \_\_\_\_\_.



12. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$  на отрезке  $[-3; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**13.** А) Решите уравнение  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\operatorname{ctg}x} \cdot 2^{\cos 2x - \sin 2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x - 1} \cdot 5^{-\operatorname{ctg}x}$ .

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{4\pi}{3}; 0\right]$

**14.** Плоскость  $\alpha$  пересекает плоскости нижнего и верхнего оснований цилиндра по прямым BC и AD соответственно, причем  $AD : BC = 5 : 4$ , а ось цилиндра - в точке E и делит отрезок, соединяющий центры оснований цилиндра в отношении  $2 : 1$ , считая от нижнего основания.

А) Прямая DE пересекает плоскость нижнего основания в точке P. Докажите, что боковая поверхность цилиндра делит отрезок DP в отношении  $2 : 1$ .

Б) Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью  $\alpha$ , если радиус основания цилиндра равен  $\sqrt{7}$ , а высота цилиндра равна  $\sqrt{6}$ .

**15.** Решите неравенство:  $\log_4(6 + \sqrt{x} - |\sqrt{x} - 2|) \leq \frac{1}{2} + \log_2|\sqrt{x} - |\sqrt{x} - 2||$

**16.** Аристарх открывает банковский вклад «Стабильный» на 1 год, по условиям которого выплата процентов производится ежемесячно на отдельный счет из расчета 15% годовых. При досрочном расторжении договора вклада банк пересчитывает выплаченные проценты из расчета 1% годовых. После шестой выплаты процентов Аристарх узнал, что банк предлагает новый вклад «Стабильно Стабильный» на тех же условиях, но только под 25% годовых. Слегка подумав, Аристарх закрывает вклад «Стабильный» и всю сумму переводит на вклад «Стабильно Стабильный». Сколько рублей потерял Аристарх вследствие своих непродуманных действий по итогам года, если сумма вклада – 1 млн. рублей? После какой по счету выплаты процентов действия Аристарха не принесли бы убытка?

**17.** В четырехугольник ABCD можно вписать окружность, а углы ABC и ADC – прямые.

А) Докажите, что окружности, вписанные в треугольники ABD и DBC, касаются в точке пересечения диагоналей четырехугольника ABCD.

Б) Найдите AC, если периметр треугольника ADC равен 44, а расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ABD и DBC, равно 6.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x + a^2| = |a + x^2|$$

имеет более трех корней.

**19.** А) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 24)^2$  имеют одинаковые остатки от деления на 92?

Б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 23)^2$  имеют одинаковые остатки от деления на 92?

В) Пусть  $k(m)$  - количество трехзначных натуральных чисел  $n$  таких, что числа  $n^2$  и  $(n + m)^2$  имеют одинаковые остатки при делении на 92, причем  $m$  - двузначное натуральное число. Какие значения может принимать  $k(m)$ ?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*