

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 470

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

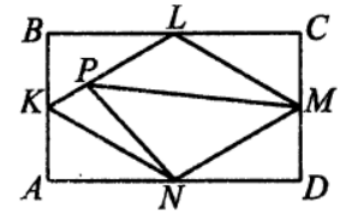
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

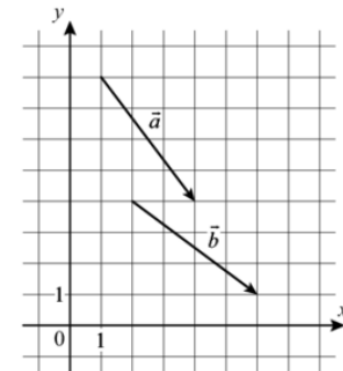
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Точки K, L, M, N — середины сторон прямоугольника ABCD, точка P принадлежит отрезку KL. Найдите площадь треугольника MNP, если площадь прямоугольника ABCD равна 45.



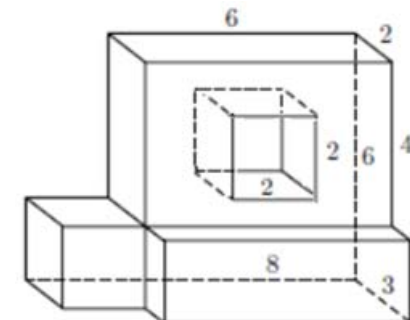
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите косинус угла между ними.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

4. Игральную кость бросили дважды. Известно, что пять очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков равна 7».

Ответ: _____.

5. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $x^2 + 3 = 1,5(x + 4) + \sqrt{2x^2 - 3x + 2}$, если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите их произведение.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\sqrt{(a-8)^2} + \sqrt{(a-15)^2}$, если $8 \leq a \leq 15$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = -2x - 12$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 2x^2 - 6x - 4$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

9. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и

определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω - частота вынуждающей силы

(в с^{-1}), A_0 - постоянный параметр, $\omega_p = 360 \text{ с}^{-1}$ - резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более, чем на одну пятнадцатую ее часть.

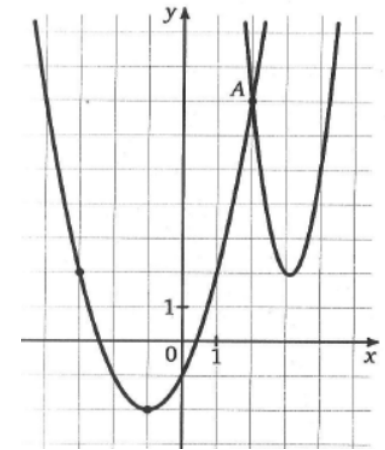
Ответ дайте в с^{-1} .

Ответ: _____.

10. В 9:15 в северном направлении вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Через некоторое время из того же пункта на запад вышел другой пешеход. Определите, через сколько минут после выхода первого пешехода вышел второй пешеход, если в 11:30 расстояние между пешеходами было 9,75 километра, а в 13:00 — 18,75 километра.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_2(5x - 12) - \log_2(x^2 + 1)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{3} \cdot \sin 2x - 3 \cos^2 x = \cos x \cdot 2^{\log_2(-\cos x)}$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В основании параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит ромб с диагоналями $AC=2$, $BD=\sqrt{2}$, пересекающимися в точке O . Ребро AA_1 наклонено к плоскости основания под углом 45° , а вершина A_1 ортогонально проектируется в точку O . Через точку A_1 перпендикулярно боковым ребрам проходит плоскость α .

А) Докажите, что сечение призмы плоскостью α - квадрат.

Б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит объем призмы.

15. Решите неравенство:

$$\frac{8^{x+\frac{2}{3}} - 9 \cdot 4^{x+\frac{1}{2}} + 13 \cdot 2^x}{4^{x+\frac{1}{2}} - 9 \cdot 2^x + 4} \leq 2^{x+1} - \frac{1}{2^x - 2} + \frac{3}{2^{x+1} - 1}.$$

16. В июле 2026 года планируется взять кредит на пять лет в размере 720 тыс. рублей.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остается равным 720 тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму платежей за пять лет.

17. К двум окружностям радиусов 2 и 1 проведены внешние касательные AB и CD , причем точки A и C лежат на меньшей окружности, а точки B и D – на большей. Прямая AD пересекает меньшую окружность в точке N , а большую – в точке M .

А) Докажите, что $AN = DM$

Б) Найдите площадь треугольника ABD , если дополнительно известно, что точки M и N делят отрезок AD на три равные части.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(a + 2x)\sqrt{1 + 2xa} = a^2 + a + 3ax + 2x + 2x^2$$

имеет ровно 2 корня.

19. Бесконечная непостоянная арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ состоит только из натуральных чисел.

А) Если $a_4 = 12$, может ли a_{42} делиться на 11?

Б) Может ли быть $a_1 = 13$, если a_{73} и a_{95} делятся на 9?

В) Первый член прогрессии $\{a_n\}$ делится без остатка на 19, второй – на 23, третий – на 31. Чему равна наименьшая возможная разность d этой прогрессии? Найдите наименьшее возможное значение a_5 при наименьшем возможном значении d .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.