

Тренировочная работа ЕГЭ по математике Профильный уровень, вариант 1

11 класс, Лицей НИУ ВШЭ

13 марта 2025 года

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

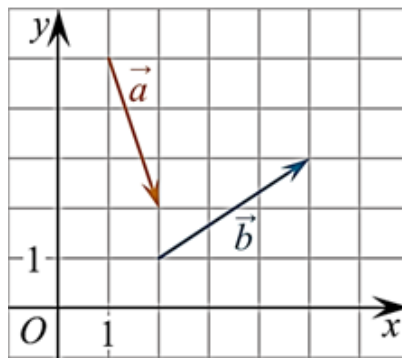
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

1 На окружности по разные стороны от диаметра MN взяты точки K и P . Известно, что $\angle MNP = 36^\circ$. Найдите $\angle PKN$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

2 На рисунке изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите квадрат длины вектора $2\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ: _____

3 Конус с радиусом 3 и образующей 6 вписан в шар. Найдите площадь поверхности шара, делённую на π .

Ответ: _____

4 Игральный кубик подбросили два раза. Известно, что три очка не выпало ни разу. Какова вероятность, что выпало два чётных числа?

Ответ: _____

5 Мастер обслуживает 6 станков. Вероятность поломки одного станка в течение дня равна $\frac{1}{3}$. Во сколько раз вероятность события "в течение дня ровно два станка потребуют ремонта" больше, чем вероятность события "в течение дня ровно 3 станка потребуют ремонта"?

Ответ: _____

6 Решите уравнение:

$$6^{x+1} - 6^x = 180.$$

Ответ: _____

7 Найдите значение выражения:

$$\frac{\log_5 63}{\log_5 3} - \log_3 (7\sqrt{3}).$$

Ответ: _____

8 Прямая $y = 2x + 13$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^3 + 3x^2 + 5x - 10.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____

9 Электрический прибор после включения в сеть нагревается и через некоторое время автоматически выключается и начинает остывать. Температура прибора в градусах Цельсия вычисляется по формуле:

$$T = -t^2 + 14t + T_0,$$

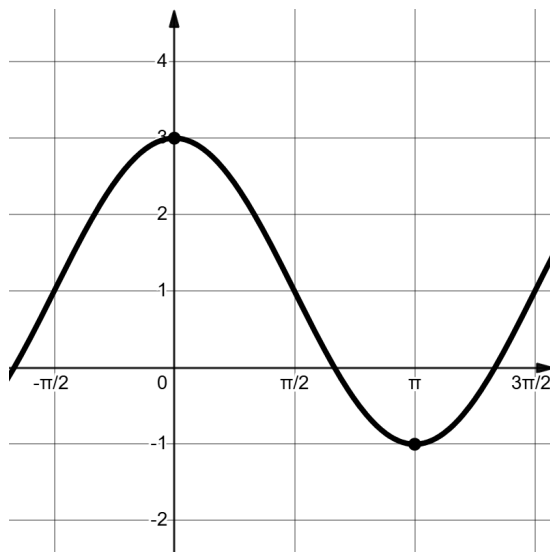
где t – время в минутах, прошедшее после включения прибора в сеть, $T_0 = 25^\circ\text{C}$ – начальная температура прибора. На протяжении какого времени в минутах температура прибора будет не менее 70°C ?

Ответ: _____

10 Смешали равные массы двух растворов кислоты, концентрации которых относятся как $2 : 5$, и получили новый раствор, содержащий 49% кислоты. Найдите разность концентраций второго и первого растворов.

Ответ: _____

11 На рисунке изображен график функции $y = a \cos x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{13\pi}{3}\right)$.



Ответ: _____

12 Найдите точку минимума функции $y = e^{2x} \cdot (2 - x^2)$.

Ответ: _____

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{1 - \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} = \sin \left(\frac{5\pi}{2} + x \right);$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, сторона основания которой равна 2, а боковое ребро равно 4. Через точку A проведена плоскость α , перпендикулярная прямой DC_1 .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении 1 : 3, считая от точки D .

б) Найдите угол между прямой $F_1 D$ и плоскостью α .

15 Решите неравенство

$$\log_{x-3}(9-x) + \log_{9-x}(3-x)^4 \leq 4.$$

16 Андрей планирует 17-го декабря 2025 года взять кредит в банке на 420 000 рублей на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 3-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;

— с 4-го по 16-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 17-го числа каждого нечётного месяца, начиная с января 2026 года по ноябрь 2026 года, долг должен быть на 50 000 рублей меньше долга на 17-е число предыдущего месяца;

— 17-го числа каждого чётного месяца, начиная с февраля 2026 года по декабрь 2026 года, долг должен быть на 20 000 рублей меньше долга на 17-е число предыдущего месяца;

— к 17-му декабря 2026 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 552 000 рублей.

17 Сторона AC треугольника ABC в два раза больше стороны AB . Продолжение биссектрисы AL пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке P . Известно, что $BC = 6$, $LP = 2$.

а) Докажите, что прямые AC и BP параллельны.

б) Найдите площадь треугольника ABC .

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы

$$\begin{cases} |x - a + 4| + |x + 3a + 8| = 4a + 4, \\ a^2 + x^2 + 2a \leq 24 \end{cases}$$

является отрезок, длина которого равна двум.

19 На доске написаны цифры 11111222222 (шесть 1 и шесть 2). Марина составила из этих двенадцати цифр 5 попарно различных натуральных чисел, каждое из которых не кратно 3.

а) Может ли среди составленных Мариной чисел быть ровно два четырехзначных?

б) Может ли быть среди составленных Мариной чисел быть хотя бы одно шестизначное?

в) Пусть K – наибольшее из составленных Мариной чисел. Найдите наибольшее значение, которое может принимать K .

Тренировочная работа ЕГЭ по математике Профильный уровень, вариант 2

11 класс, Лицей НИУ ВШЭ

13 марта 2025 года

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

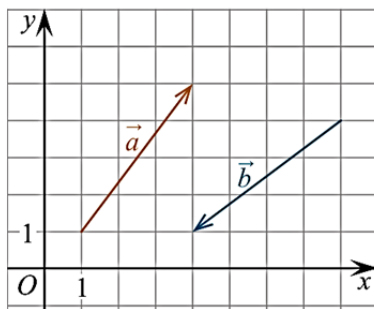
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

1 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки D и C . Известно, что $\angle DBA = 43^\circ$. Найдите $\angle DCB$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

2 На рисунке изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + 2\vec{b}$.



Ответ: _____

3 Шар вписан в конус. Радиус основания конуса равен 3, а образующая равна 6. Найдите площадь поверхности шара, делённую на π .

Ответ: _____

4 Игральный кубик подбросили два раза. Известно, что два очка не выпало ни разу. Какова вероятность, что выпали два нечётных числа.

Ответ: _____

5] Компания обслуживает 5 серверов. Вероятность отключения одного сервера в течение дня равна $\frac{1}{5}$. Во сколько раз вероятность события "в течение дня ровно один сервер потребует ремонта" больше, чем вероятность события "в течение дня ровно 3 сервера потребуют ремонта".

Ответ: _____

6] Решите уравнение:

$$5^{x+1} - 5^x = 500.$$

Ответ: _____

7] Найдите значение выражения:

$$\log_2 (5\sqrt{2}) - \frac{\log_7 10}{\log_7 2}.$$

Ответ: _____

8] Прямая $y = x - 15$ параллельна касательной к графику функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____

9] Электрический прибор после включения в сеть нагревается и через некоторое время автоматически выключается и начинает остывать. Температура прибора в градусах Цельсия вычисляется по формуле:

$$T = -t^2 + 13t + T_0,$$

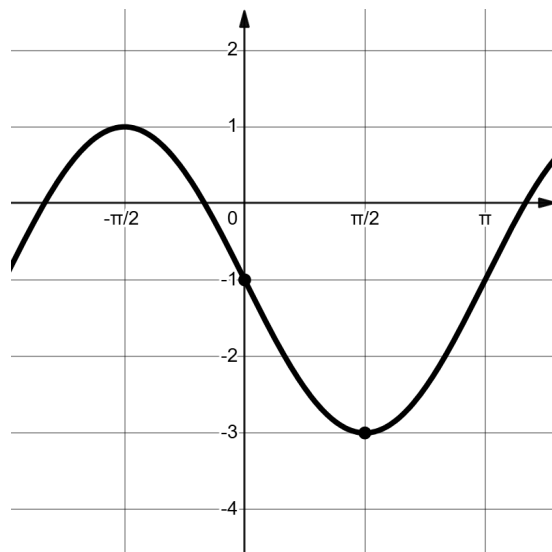
где t – время в минутах, прошедшее после включения прибора в сеть, $T_0 = 25^\circ\text{C}$ – начальная температура прибора. На протяжении какого времени в минутах температура прибора будет не менее 65°C ?

Ответ: _____

10] Смешали равные массы двух растворов кислоты, концентрации которых относятся как 2 : 3, и получили новый раствор, содержащий 55% кислоты. Найдите разность концентраций второго и первого растворов.

Ответ: _____

11 На рисунке изображен график функции $y = a \sin x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\frac{25\pi}{6}\right)$.



Ответ: _____

12 Найдите точку максимума функции $y = e^{-x} \cdot (x^2 - 3)$.

Ответ: _____

Часть 2

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{1 + \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} = \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right);$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

14 Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, сторона основания которой равна 2, а боковое ребро равно 4. Через точку D проведена плоскость α , перпендикулярная прямой AF_1 .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро AA_1 в отношении 1 : 3, считая от точки A .

б) Найдите угол между прямой $C_1 A$ и плоскостью α .

15 Решите неравенство:

$$\log_{7-x}(x-1) + \log_{x-1}(x-7)^4 \leq 4.$$

- 16** Иван планирует 17-го декабря 2025 года взять кредит в банке на 480 000 рублей на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 3-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - с 4-го по 16-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 17-го числа каждого нечётного месяца, начиная с января 2026 года по ноябрь 2026 года, долг должен быть на 60 000 рублей меньше долга на 17-е число предыдущего месяца;
 - 17-го числа каждого чётного месяца, начиная с февраля 2026 года по декабрь 2026 года, долг должен быть на 20 000 рублей меньше долга на 17-е число предыдущего месяца;
 - к 17-му декабря 2026 года кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 570 000 рублей.

- 17** Сторона AB треугольника ABC в два раза больше стороны BC . Продолжение биссектрисы BL пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке Q . Известно, что $AC = 6$, $LQ = 2$.
- а) Докажите, что прямые AB и CQ параллельны.
 - б) Найдите площадь треугольника ABC .

- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых решением системы

$$\begin{cases} |x - a + 4| + |x + 3a + 8| = 4a + 4, \\ a^2 + x^2 + 2a \leq 24 \end{cases}$$

является отрезок, длина которого равна двум.

- 19** На доске написаны цифры 111111222222 (шесть 1 и шесть 2). Арина составила из этих двенадцати цифр 5 попарно различных натуральных чисел, каждое из которых не кратно 3.
- а) Может ли среди составленных Ариной чисел быть ровно три трёхзначных?
 - б) Может ли быть среди составленных Ариной чисел быть хотя бы одно шестизначное?
 - в) Пусть P – наибольшее из составленных Ариной чисел. Найдите наибольшее значение, которое может принимать P .

Ответы:
1 вариант

1. 54
2. 65
3. 48
4. 0,36
5. 1,5
6. 2
7. 1,5
8. -1
9. 4
10. 42
11. 2
12. -2
13. а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $2\pi k$; б) $-\frac{23\pi}{6}$; $-4\pi..$
14. б) $\arcsin \frac{4}{\sqrt{35}}$.
15. $(3; 4) \cup (8; 9) \cup \{5\}$.
16. 5
17. б) $6\sqrt{3}$.
18. 2; 3
19. а) да, например: 1, 2, 11, 1112, 2222; б) нет; в) 22211.

Ответы:
2 вариант

1. 47

2. 29

3. 12

4. 0,36

5. 8

6. 3

7. -0,5

8. 1

9. 3

10. 22

11. -2

12. 3

13. а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi k$; б) $\frac{19\pi}{6}$; 3π .

14. б) $\arcsin \frac{4}{\sqrt{35}}$.

15. $(1; 2) \cup (6; 7) \cup \{5\}$.

16. 3

17. б) $6\sqrt{3}$.

18. 2; 3.

19. а) да, например: 1, 11, 122, 212, 221; б) нет; в) 22211.