

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 443

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

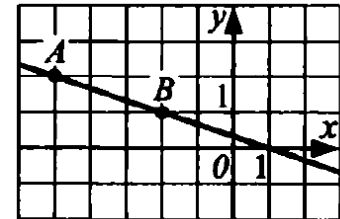
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Диагонали AC и BD трапеции ABCD с основаниями AD и BC пересекаются в точке O, $AD = 18$, $BC = 6$, $AC = 20$. Найдите AO.

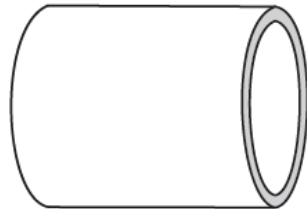
Ответ: _____.

2. Вектор \vec{a} перпендикулярен прямой AB, изображенной на рисунке, и его длина равна $\sqrt{4,9}$. Найдите координату вектора \vec{a} вдоль оси ординат, если она положительна.



Ответ: _____.

3. Прямолинейный участок трубы длиной 10 м, имеющей в сечении окружность, необходимо покрасить снаружи (торцы трубы открыты, их красить не нужно). Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить, если внешний обхват трубы (то есть длина окружности с радиусом, равным внешнему радиусу трубы) равен 18 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

4. Когда у механических часов с двенадцатичасовым циферблатом иссякнет запас хода, они остановятся. Считая, что это может произойти в любой момент времени с одинаковой вероятностью, найдите вероятность того, что часовая стрелка остановится, пройдя отметку 9 и не дойдя до отметки 2. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. За круглый стол на 12 стульев в случайном порядке рассаживают 6 мальчиков и 6 девочек. Найдите вероятность того, что все шесть девочек будут сидеть рядом, то есть не получится так, что между двумя девочками сидит один мальчик. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

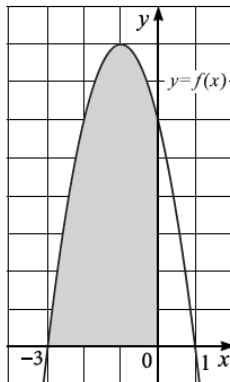
6. Решите уравнение $324 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{5x-1} = 3^{10x}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\log_7 2058 - \log_7 6$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, одна из первообразных которой равна $F(x) = -\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 6x$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: _____.

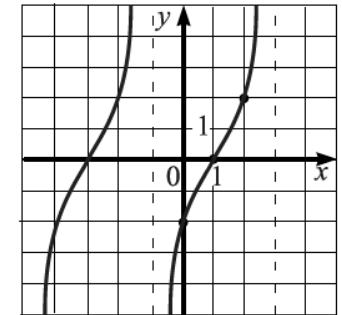
9. Тело брошено вертикально вверх с высоты 28 метров. Пока тело не упало, высота, на которой оно находится, описывается формулой $h(t) = 28 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Через сколько секунд тело упадет?

Ответ: _____.

10. Два мотоциклиста выехали одновременно с одинаковой скоростью из пункта А в пункт В, находящимися друг от друга на расстоянии 100 км. Через 30 мин после начала движения у одного из них случился прокол и ему пришлось остановиться до замены колеса. Потратив на это 15 мин, он продолжил движение, увеличив первоначальную скорость на 10 км/ч, и прибыл в пункт В одновременно с мотоциклистом, двигавшимся без остановок. За сколько часов они преодолели путь из А в В?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \operatorname{tg}(b \cdot \pi(x - c))$. Найдите $|b|$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{3}{x^2 - x + 1}$ на отрезке $[-1; 900]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{4\cos^2 x + 6} + \sqrt{4\sin^2 x + 8} = 6$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки M, N, K делят ребра AA_1, BB_1, DD_1 в отношении 1:4, 1:5, 1:3, считая от нижнего основания $ABCD$.

А) Докажите, что плоскость MNK делит ребро CC_1 в отношении 13:47, считая от нижнего основания.

Б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания призмы, если сторона основания равна $\sqrt{13}$, а высота равна 60.

15. Решите неравенство: $\frac{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(2x-5)}{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(x-2)} > 1$

16. Николай Сергеевич хочет взять кредит на один год в банке «Князь Николай».

В начале каждого квартала банк увеличивает долг на некоторое количество процентов, а затем Николай Сергеевич будет вносить определенную сумму, которая каждый раз не превышает 84 тысячи рублей.

Определите максимально возможную величину кредита при этих условиях, если известно, что на протяжении первых трех кварталов банк каждый раз будет увеличивать сумму долга на 10%, а в последнем квартале – на 25%. Ответ округлите до целого числа тысяч рублей.

17. В окружности с центром O отрезок EK – диаметр. Проведены две хорды ET и KS так, что точки T и S лежат по одну сторону от прямой EK . Точка пересечения прямых KT и ES находится от точек T и S на расстоянии, равном 5, $\angle TKE = 60^\circ$.

А) Докажите, что точка пересечения прямых KT и ES находится вне окружности.

Б) Найдите радиус окружности.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\log_{\frac{-2a-13}{5}} \frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x - a - 4}{5} > 0$$

выполняется для любых значений x .

19. В пакете 28 конфет, 24 из них в серебристой упаковке, а остальные в золотистой.

А) Конфеты случайным образом раскладывают в две коробки – по 14 штук в каждую. Какова вероятность того, что в каждой из коробок окажется по две конфеты в золотистой упаковке?

Б) Конфеты случайным образом раскладывают в две коробки – по 14 штук в каждую. Какова вероятность того, что в одной из коробок не будет ни одной конфеты в золотистой упаковке?

В) К имеющимся конфетам добавили еще по равному количеству конфет в золотистой и серебристой упаковках. Потом две конфеты убрали, выбрав их наугад. Может ли вероятность того, что эти две конфеты в одинаковой упаковке, в целое число раз отличаться от вероятности того, что эти две конфеты в разных упаковках?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.