

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 440

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

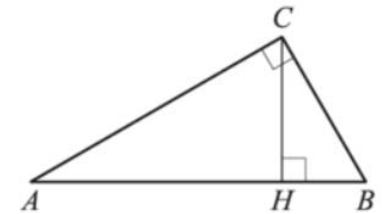
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

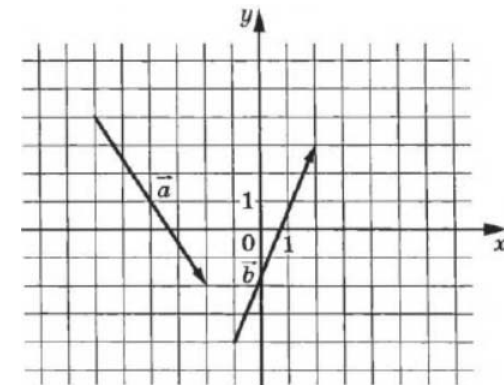
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH - высота, $AB=27$, $\cos A = \frac{2}{3}$. Найдите BH.



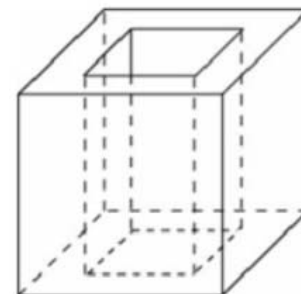
Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение векторов $2\vec{a}$ и \vec{b} .



Ответ: _____.

3. Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,1 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности получившегося многогранника.



Ответ: _____.

4. На фабрике 8% произведённых сумок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 85% сумок с дефектом. Остальные сумки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке сумка не имеет дефектов. Результат округлите до тысячных.

Ответ: _____.

5. Два игрока поочередно подбрасывают монету. Выигрывает тот игрок, у которого первого выпадет «орёл». Найдите вероятность выигрыша для игрока, сделавшего первый бросок. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

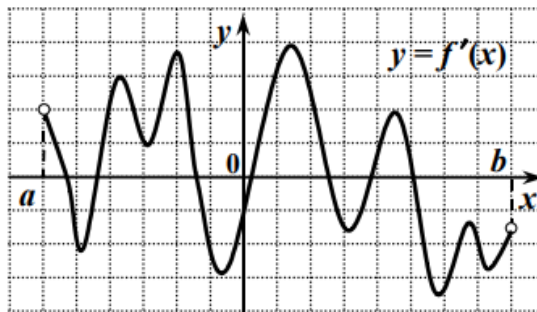
6. Решите уравнение $\sqrt{9-x^2} = \sqrt{48-16x}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите их сумму.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{3a^4c^{-5}}{(5a^2)^3} \cdot \frac{125c}{a^{-2}c^{-4}}$ при $a = \arcsin \frac{1}{\sqrt{13}}$, $c = \log_{\pi} a$.

Ответ: _____.

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите число точек максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.



Ответ: _____.

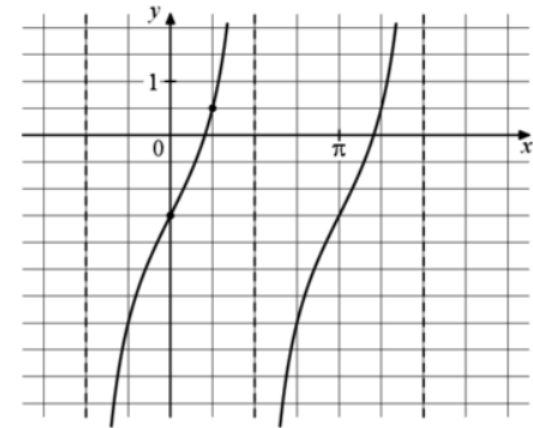
9. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____.

10. Два маляра, работая вместе, могут за 1 ч покрасить стену площадью 40 м^2 . Первый маляр, работая отдельно, может покрасить 50 м^2 стены на 4 ч быстрее, чем второй покрасит 90 м^2 такой же стены. За сколько часов первый маляр сможет покрасить 100 м^2 стены?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \text{tg}x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 18x - 9\text{tg}x - \frac{9}{2}\pi + 1$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13.** А) Решите уравнение $2 \cos^2 2x - 4 \cos^2 2x \cdot \sin^2 x = -\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$.
- Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие интервалу $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

- 14.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O . Точки M и N – середины ребер AB и BC соответственно.
- А) Докажите, что плоскость α , проходящая через точку O параллельно прямым $B_1 M$ и $C_1 N$ делит ребро BB_1 в отношении 1:1.
- Б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости α , если $AB = 6$; $BC = 4$; $AA_1 = 3$.

- 15.** Решите неравенство:

$$(1 - \log_3(2 + \cos \pi x)) \cdot ((\log_4 x)^2 - \log_4(x^7) + 12) \cdot \sqrt{(x-60)(260-x)} \leq 0$$

(автор задачи Артур Анищенко)

- 16.** 15 января Пётр берёт кредит в банке на 6 месяцев в размере 600 тысяч рублей. Его условия таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 50% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца с февраля по июнь долг должен быть на t тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца, где $0 \leq t \leq 40$;
 - 15 июля кредит должен быть полностью погашен.
- Какую наибольшую и наименьшую сумму может выплатить Пётр за всё время погашения кредита?

(автор задачи Артур Анищенко)

- 17.** Две касательные к окружности, CA и CB , пересекаются в точке C (A и B – точки касания). Вторая окружность проходит через точку C , касается прямой AB в точке V и пересекает первую окружность в точке M , отличной от B .
- А) Докажите, что прямая AM делит отрезок BC пополам.
- Б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCM , если $BC=10$, а синусы углов BAM и ABM равны соответственно $0,6$ и $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

- 18.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x-a)^2 \cdot (a(x-a)^2 - 1 - a) + 1 = 0$$

имеет больше положительных корней, чем отрицательных.

- 19.** Каждую цифру a в записи натурального числа n заменим последней цифрой числа $7a$. Обозначим полученное число через n^* . Например, $(2351078)^* = 4157096$.
- А) Сколько решений имеет уравнение $n + n^* = 1292$?
- Б) Существует ли решение уравнения $n + n^* = 942$?
- В) Сколько существует трехзначных чисел b , для которых уравнение $n + n^* = 2b$ не имеет решения?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.