

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 438

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

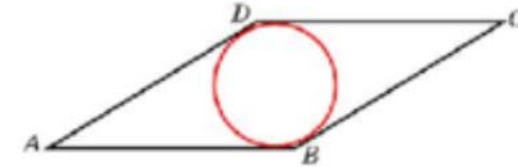
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Острый угол ромба равен 30° . Радиус окружности, вписанной в этот ромб, равен 5. Найдите сторону ромба.

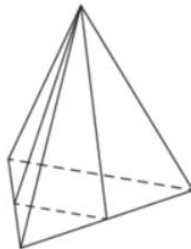


Ответ: _____.

2. Найти длину большей диагонали параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}(-3; 2; 2), \vec{b}(1; 2; -1)$.

Ответ: _____.

3. От треугольной пирамиды, объём которой равен 12, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ: _____.

4. Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,2 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,6?

Ответ: _____.

5. Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика нет нечётных чисел, а чётные числа 2, 4 и 6 встречаются по два раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 4 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

Ответ: _____.

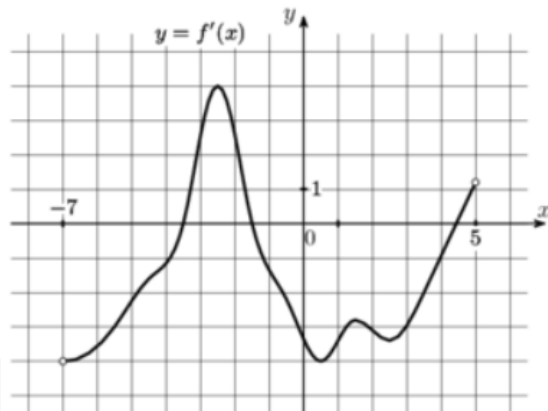
6. Найдите корень уравнения: $3^{\log_{81}(2x+5)} = 4$

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если $p(b) = \left(b - \frac{4}{b}\right)\left(-4b + \frac{1}{b}\right)$ и $b \neq 0$

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

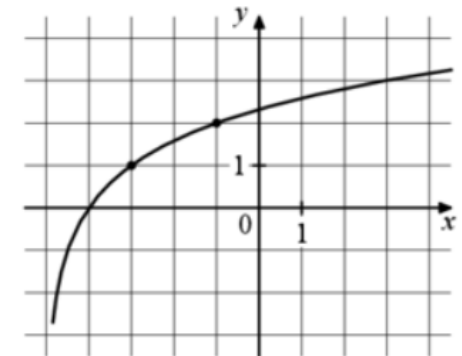
9. Скорость (в см/с) колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 8 \cos \frac{\pi t}{3}$, где t — время в секундах. Какую долю времени из первых трех секунд скорость движения превышала 4 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

Ответ: _____.

10. Два человека отправляются из одного дома на прогулку до опушки леса, находящейся в 2,6 км от дома. Один идёт со скоростью 3 км/ч, а другой со скоростью 4,8 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от дома произойдёт их встреча? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 4$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 10x^2 - 100x - 5$ на отрезке $[-14; -6]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $7^{-\cos(\pi+x)} \cdot 14^{\sin(\pi-x)} = 2^{\cos\left(\frac{\pi-x}{2}\right)}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

14. Дан цилиндр с центрами нижнего и верхнего оснований O_1 и O_2 соответственно. Объём цилиндра, равен $\pi\sqrt{6}$. На окружности нижнего основания выбраны точки А и В, а на боковой поверхности выбрана, точка С, равноудалённая от оснований.

А) Докажите, что объём тетраэдра O_1ABC не превосходит $\frac{1}{2\sqrt{6}}$.

Б) Найдите расстояние между прямыми AO_1 и CO_2 , если отрезки BO_2 и CO_1 пересекаются, $\angle AO_1B = 120^\circ$ и $\angle O_2CA = 90^\circ$

(автор задачи Артур Анищенко)

15. Решите неравенство: $0,25^{\frac{3x-2}{x+2}} \cdot 14^x \cdot x^{-2} \leq \frac{2^{\frac{3x-2}{x+2}} \cdot 112^x}{4x^2}$

16. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 300 человек, и один рабочий изготавливает за смену 9 деталей А или 3 детали В. На втором комбинате работает 600 человек, и один рабочий изготавливает за смену 3 детали А или 9 деталей В. Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, на котором собирают изделие, для изготовления которого нужны 2 детали А и 3 детали В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

17. В параллелограмме ABCD точки Е и О – середины сторон ВС и АВ соответственно, точка Q – середина отрезка OD, точка F – точка пересечения ОС и ED.

А) Докажите, что прямая FQ делит AD в отношении 5 : 6

Б) Найдите отношение площади четырехугольника DQFC к площади ABCD.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

19. Бесконечная последовательность $\{a_n\}$ натуральных чисел задана рекуррентным способом:

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3, & \text{если число } n \text{ нечетное} \\ a_n - 2, & \text{если число } n \text{ четное} \end{cases}$$

А) Если в последовательности $\{a_n\}$ два элемента равны: $a_n = a_m$ при $m > n$, то чему равна разность $(m - n)$?

Б) При каких значениях n сумма $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ будет точным квадратом?

В) Если последняя цифра суммы S_n равна 6, то какая цифра будет предпоследней?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.