

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 437

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

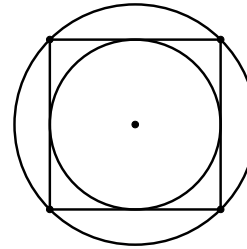
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $16\sqrt{2}$.
Найдите радиус окружности, вписанной в этот же квадрат.



Ответ: _____.

2. На координатной плоскости построен треугольник ABC. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, если известно, что $\angle A = 60^\circ$, а площадь треугольника ABC равна $12\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

3. Объем куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 108. Найдите объем пирамиды OABCD, где точка O – центр грани $CC_1 D_1 D$.

Ответ: _____.

4. Сергей отправляет СМС-сообщение другу. Связь неустойчивая, поэтому каждая попытка отправить СМС имеет вероятность успеха 0,3. Найдите вероятность того, что СМС будет отправлено не позже, чем при шестой попытке. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. В ящике 20 левых и 20 правых перчаток. Сколько нужно достать перчаток, не глядя в ящик, чтобы среди вынутых перчаток нашлась хотя бы одна левая и хотя бы одна правая перчатка с вероятностью не меньше 0,95?

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_{6-x}(20-3x) = 1 + \log_{6-x} x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите их сумму.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin x + \sin\left(x + \frac{47\pi}{2}\right)}{\cos x + \cos x \cdot \cos 2x}$, если $\operatorname{tg} x = 3$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = 9x - 2$ является касательной к графику функции $f(x) = -2x^2 + bx - 20$. Найдите b , если известно, что абсцисса точки касания положительна.

Ответ: _____.

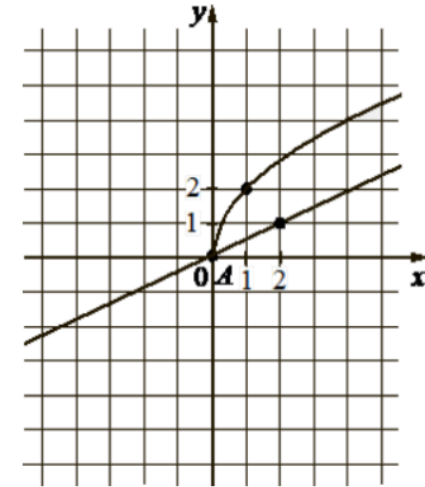
9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8,1 \cdot 10^5$ Па·м⁵, где p – давление в газе (в Па), V – объём газа (в м³), $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в м³) будет занимать газ при давлении p , равном $6,25 \cdot 10^6$ Па.

Ответ: _____.

10. Сплав меди и цинка весом 70 кг содержит 50% меди. Сколько килограмм цинка нужно добавить, чтобы в сплаве его концентрация достигла 60%?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \sin x + \frac{12x}{\pi} + 12$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $6 \cdot 5^{2\sin x} - 11 \cdot 30^{\sin x} + 5 \cdot 6^{2\sin x} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 5. На его ребре AA_1 отмечена точка M так, что $AM = 3$. Через точки M и B_1 проведена плоскость α , параллельная AC_1 .

А) Докажите, что $D_1 N : NA_1 = 1 : 2$, если N – точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 D_1$.

Б) Найдите объем большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

15. Решите неравенство:

$$\log_3(2^x - 5) - \log_{\sqrt{3}}(3 \cdot (4^x - 10 \cdot 2^x + 25)) + 5 \geq 0$$

16. Сергей владеет двумя цехами, расположенными в разных районах города. В цехах производятся абсолютно одинаковая продукция, но в первом цехе используется более современное оборудование. В результате, если рабочие второго цеха трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $2t$ единиц продукции. Если же рабочие первого цеха трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за это время они производят $4t$ единиц продукции. В обоих цехах за каждый час работы рабочему платят 450 рублей. Сергей готов платить рабочим 1640250 рублей в неделю. На какое максимальное число единиц продукции он может рассчитывать?

17. Окружности ω_1 и ω_2 радиусов 4 и 1 соответственно касаются внешним образом в точке A . Через точку B , лежащую на окружности ω_1 , проведена прямая, касающаяся окружности ω_2 в точке M .

А) Докажите, что отношение отрезков прямой AB , отсекаемых окружностями, равно отношению их радиусов.

Б) Найдите BM , если известно, что $AB = 2$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$1 + \log_2(2x^2 + ax - a^2) = \log_2(x^2 - ax + 3x + 3a - 2a^2)$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Натуральное число n имеет ровно 21 натуральный делитель, включая 1 и само число.

А) Может ли число n делиться на 21?

Б) Может ли число $14n$ иметь ровно 14 делителей?

В) Какое наименьшее число делителей может иметь число $14n$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.