

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

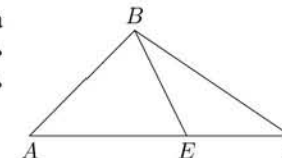
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 На стороне AC треугольника ABC отмечена точка E так, что $AE = 6$, $EC = 4$. Площадь треугольника ABE равна 15. Найдите площадь треугольника BEC .



Ответ: _____.

- 2 Кусок льда представляет собой правильную шестиугольную призму высотой 12 см. Его планируют расплавить и вновь заморозить так, чтобы получилась правильная треугольная призма, сторона основания которой в 2 раза больше стороны основания исходной. Чему будет равна её высота? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 3 Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения различны. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

4 Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трёхзначным кодом, все цифры которого различны и нечётны. У Пети разряжен телефон. Какова вероятность того, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

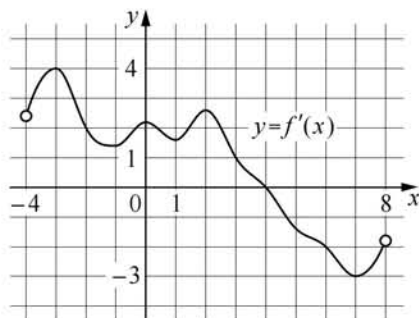
5 Решите уравнение $\log_5 \frac{x}{2} = \log_{0,2}(x+1)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{a} : a^{\frac{1}{6}}\right)^2$ при $a = 27$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. Найдите абсциссу точки графика функции $y = f(x)$, в которой касательная к графику функции параллельна прямой $y = x - 2$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

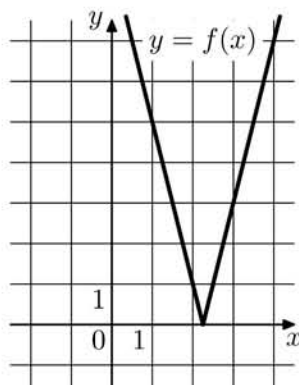
8 Площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, где b и c — две стороны треугольника, а α — угол между ними. Найдите угол α в остроугольном треугольнике, для которого $b = 4\sqrt{2}$, $c = 6$, а $S = 12$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

9 После смешения двух растворов, первый из которых содержал 48 г кислоты, а второй содержал 20 г такой же кислоты, получили 200 г нового раствора. Найдите концентрацию первого раствора (в процентах), если известно, что она на 15 больше концентрации второго (в процентах).

Ответ: _____.

- 10 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = |ax - b|$, где a и b — целые числа. Найдите значение $f(5)$.



Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции $y = (x^3 + x^2 + x + 1)^2$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение $\sqrt{4\cos^2 x + 9\cos x + 6} = \sqrt{\cos x + 11}$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 13 В основании пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. На боковых рёбрах SA , SC и SD отмечены точки K , L и M соответственно так, что $SK : KA = SL : LC = 2 : 1$ и $SM = MD$.
а) Докажите, что плоскость KML содержит точку B .
б) Найдите объём пирамиды $BAKMD$, если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 21, а высота пирамиды $SABCD$ равна 12.

- 14 Решите неравенство $\log_2((x-2)(4+3x-x^2)) + \log_2 \frac{6-x}{4+3x-x^2} \leq -1 + \log_2(x+3)$.

- 15 15 января Алексей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 2 млн рублей. Условия его возврата следующие:
— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
— платёж должен вноситься один раз в месяц, со 2-го по 14-е число каждого месяца;
— 15-го числа каждого месяца размер долга должен соответствовать долгу, указанному в таблице.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	2	1,6	1,3	1	0,7	0,3	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма платежей больше 3 млн рублей.

- 16** Серединный перпендикуляр к стороне AB треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D . Окружность с центром O , вписанная в треугольник ADB , касается отрезка AD в точке P , а прямая OP пересекает сторону AB в точке K .
- а) Докажите, что около четырёхугольника $BDOK$ можно описать окружность.
- б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $BDOK$, если $AB = 8$, $BC = \sqrt{15}$, $AC = 7$.

- 17** Найдите все значения a , при каждом из которых множество решений неравенства $\frac{10 - a - (a^2 - 3a + 2)\sin x}{\cos^2 x + a^2 + 3} < 1$ содержит отрезок $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.

- 18** Бесконечная геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел. Пусть $S_1 = b_1$ и $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ при всех $n \geq 2$.
- а) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно два числа делятся на 40?
- б) Существует ли такая прогрессия, среди чисел S_1, S_2, S_3, S_4 которой ровно три числа делятся на 40?
- в) Какое наибольшее количество чисел среди S_1, S_2, \dots, S_8 может делиться на 40, если известно, что S_1 на 40 не делится?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.