

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

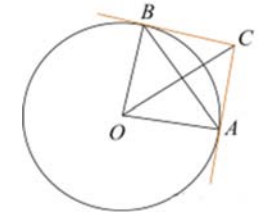
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

**1**

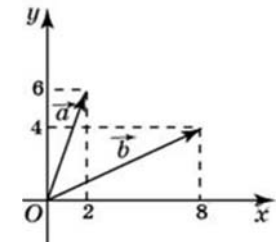
Через концы  $A, B$  дуги окружности в  $62^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

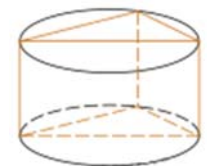
Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны  $\frac{5}{\pi}$ . Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 У Лизы в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Лиза наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Петр Иванов. Найдите вероятность того, что в первом туре Петр Иванов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения  $\log_8 2^{8x-4} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значения выражения  $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Прямая  $y = -5x + 8$  является касательной к графику функции  $y = 28x^2 + bx + 15$ .

Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Ответ: \_\_\_\_\_.

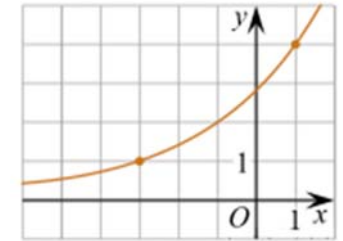
9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  – время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ / \text{с}$ , фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-7)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = \frac{98}{x} + 2x + 15$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

**Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x = \sin x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\frac{\pi}{2}; 2\pi]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 12, а боковое ребро  $SA$  равно 13. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

- 15 Решите неравенство  $2^{|x|} - 6 - \frac{9 \cdot 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \cdot 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$ .

- 16 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 8 млн рублей.

- 17 Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ .  
 а) Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность.  
 б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 10$ ,  $BC = \sqrt{19}$ ,  $AC = 9$ .

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 2) \end{cases}$$

имеет 2 различных решения.

- 19 Про три различных натуральных числа известно, что они являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них

быть равно  $\frac{13}{7}$ ?

б) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них

быть равно  $\frac{8}{7}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине из этих чисел равно 25?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

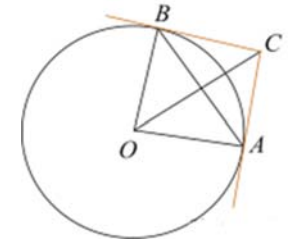
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

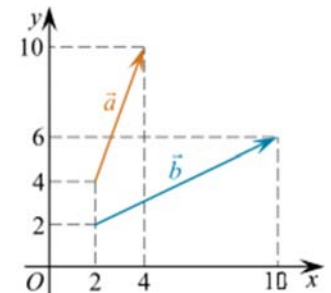
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Касательные  $CA$  и  $CB$  к окружности образуют угол  $ACB$ , равный  $122^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги  $AB$ , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} - \vec{b}$ .

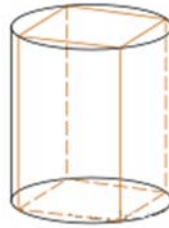


Ответ: \_\_\_\_\_.

3 В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2.

Боковые ребра равны  $\frac{2}{\pi}$ .

Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 У Арины в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Арина наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 спортсменов из России, в том числе Иван Петров. Найдите вероятность того, что в первом туре Иван Петров будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения  $\log_{81} 3^{2x-6} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значения выражения  $\frac{27}{\sin^2 27^\circ + 1 + \sin^2 117^\circ}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Прямая  $y = 9x + 5$  является касательной к графику функции  $y = 18x^2 + bx + 7$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

Ответ: \_\_\_\_\_.

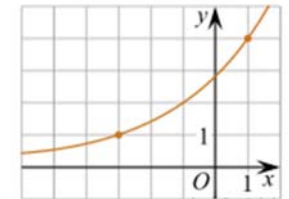
9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 240^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -120^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 22 минуты. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 16$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = \frac{16}{x} + x + 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение  $\frac{1}{2} \sin 2x + \sin^2 x - \sin x = \cos x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

- 14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно  $4\sqrt{3}$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CL$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

**15** Решите неравенство  $3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}$ .

- 16** Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 25% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 9 млн. рублей.

- 17** Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ . а) Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность. б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = \sqrt{15}$ ,  $AC = 7$ .

- 18** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \cdot \sqrt{x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 3) \end{cases}$$

имеет 2 различных решения.

- 19** Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

а) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть

равно  $\frac{3}{2}$ ?

б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть

равно  $\frac{5}{4}$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине число равно 18?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

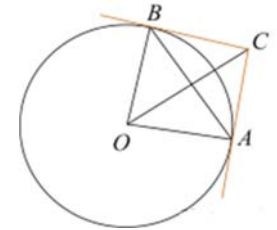
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

1

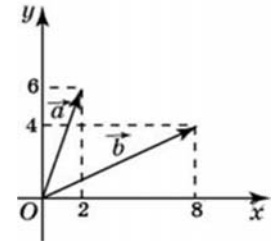
Через концы  $A, B$  дуги окружности в  $54^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2

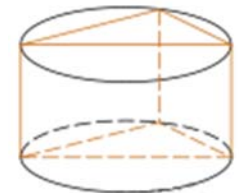
Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 1. Боковые ребра равны  $\frac{2}{\pi}$ . Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 У Родиона в копилке лежит 12 рублёвых, 6 двухрублёвых, 4 пятирублёвых и 3 десятирублёвых монеты. Родион наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит более 70 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шашкистов, среди которых 3 спортсмена из России, в том числе Максим Васильев. Найдите вероятность того, что в первом туре Максим Васильев будет играть с каким-либо шашкистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения  $\log_4 2^{8x+8} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значения выражения  $\frac{63}{\sin^2 63^\circ + 1 + \sin^2 153^\circ}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Прямая  $y = -7x - 5$  является касательной к графику функции  $f(x) = 28x^2 + bx + 2$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Ответ: \_\_\_\_\_.

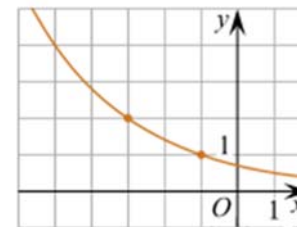
9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = 30^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите  $f(-9)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = \frac{49}{x} + x + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*



**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\cos^2 x - \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x = \sin x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 12, а боковое ребро  $SA$  равно 13. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

- 15 Решите неравенство  $2^{|x|} - 6 - \frac{9 \cdot 2^{|x|} - 37}{4^{|x|} - 7 \cdot 2^{|x|} + 12} \leq \frac{1}{2^{|x|} - 4}$ .

- 16 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 8 млн рублей.

- 17 Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ .

- а) Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность.  
 б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 10$ ,  $BC = \sqrt{19}$ ,  $AC = 9$ .

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 4x) \cdot \sqrt{2x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 2) \end{cases}$$

имеет 2 различных решения.

- 19 Про три различных натуральных числа известно, что они являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

- а) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{13}{7}$ ?  
 б) Могло ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{8}{7}$ ?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине из этих чисел равно 25?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

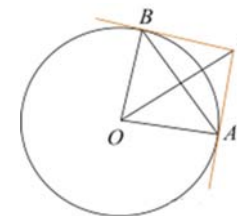
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1**

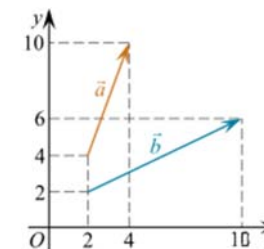
Касательные  $CA$  и  $CB$  к окружности образуют угол  $ACB$ , равный  $78^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги  $AB$ , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

Найдите квадрат длины вектора  $\vec{a} + \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

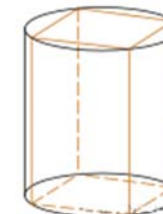
**3**

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2.

Боковые ребра равны  $\frac{5}{\pi}$

Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

Ответ: \_\_\_\_\_.



4 У Лиды в копилке лежит 7 рублёвых, 5 двухрублёвых, 6 пятирублёвых и 2 десятирублёвых монеты. Лида наугад достаёт из копилки одну монету. Найдите вероятность того, что оставшаяся в копилке сумма составит менее 60 рублей.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 46 теннисистов, среди которых 19 спортсменов из России, в том числе Вячеслав Николаев. Найдите вероятность того, что в первом туре Вячеслав Николаев будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения  $\log_8 2^{6x-3} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значения выражения  $-\frac{31}{\sin^2 31 + 1 + \sin^2 121^\circ}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Прямая  $y = -5x - 7$  является касательной к графику функции  $f(x) = 8x^2 + bx + 11$ .

Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Ответ: \_\_\_\_\_.

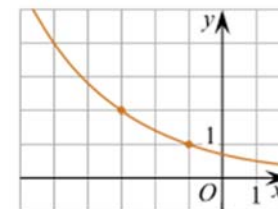
9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  — время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 150$  °/с, фаза  $\varphi = 45^\circ$ . Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, то загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 46 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 5 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{x+b}$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 8$



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите точку максимума функции  $y = x + \frac{64}{x} + 13$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение  $\frac{1}{2} \sin 2x + \sin^2 x - \sin x = \cos x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно  $4\sqrt{3}$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CL$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

15 Решите неравенство  $3^{|x|} - 8 - \frac{3^{|x|} + 9}{9^{|x|} - 4 \cdot 3^{|x|} + 3} \leq \frac{5}{3^{|x|} - 1}$ .

- 16 Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 25% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 9 млн. рублей.

- 17 Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ .  
 а) Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность. б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = \sqrt{15}$ ,  $AC = 7$

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + y^2 + 6x) \cdot \sqrt{x + y + 6} = 0, \\ y = a(x - 3) \end{cases}$$

имеет 2 различных решения.

- 19 Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.  
 а) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{3}{2}$ ?  
 б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно  $\frac{5}{4}$ ?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине число равно 18?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**