

Математика, 11 класс
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8 .

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

 Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Около окружности, радиус которой равен 5, описан многоугольник, периметр которого равен 60. Найдите его площадь.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a} = \{3;1\}$, $\vec{b} = \{-5;6\}$ и $\vec{c} = \{3;-2\}$. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$.

Ответ: _____.

3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 32. Найдите высоту цилиндра.

Ответ: _____.

4. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не будут сидеть рядом.

Ответ: _____.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,6. Вероятность того, что к концу дня во втором автомате закончится кофе, равна 0,5. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,4. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6. Найдите корни уравнения $\cos \frac{\pi(x-5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{f(x+1)}{f(x-1)}$, если $f(x) = 3^x$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = 6x - 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 3$. Найдите a .

Ответ: _____.

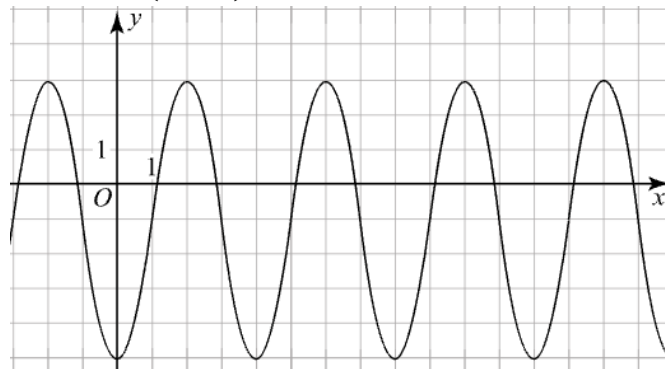
9. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 0,8 + 4t - 2,5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее полутора метров?

Ответ: _____.

10. Руслан опаздывал на тренировку, поэтому половину дороги он шел со скоростью 6 км/ч, но поняв, что все равно не успевает – побежал со скоростью 9 км/ч. Найдите среднюю скорость, с которой он двигался на тренировку.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где числа a, b, c и d – целые. Найдите $f\left(-\frac{22}{3}\right)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 4tgx - 4x - \pi - 2$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\operatorname{tg}^2 x - 1)\sqrt{7 \cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

14. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 8. Точки M и N – середины рёбер BB_1 и B_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые AM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями AMN и BAA_1 .

15. Решите неравенство $x^2 \log_{\frac{1}{16}}(4-x) \geq \log_{0,5}(x^2 - 8x + 16)$.

16. В кредит взяли 21 млн рублей на 5 лет под r % годовых. По условиям кредита, на конец первых трех лет задолженность остается неизменной и равной 21 млн рублей, а выплаты последних двух лет равны. На конец пятого года кредит должен быть погашен. Найдите r , если известно, что сумма всех выплат составит 30,5 млн рублей.

17. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $BM = \frac{1}{3} AC$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $BM = 2$.

18. Найдите все значения b , при каждом из которых множество решений

неравенства $\frac{b - (b^2 - 1)\cos 2x + 3}{b^2 + 2b + 4 - \cos 4x} < 1$ содержит отрезок $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 2.

а) Может ли сумма составлять 246?

б) Может ли их сумма составлять 330?

в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2118?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Математика, 11 класс Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1.

КИМ

Ответ: -0,8.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Около окружности, радиус которой равен 4, описан многоугольник, периметр которого равен 40. Найдите его площадь.

Ответ: _____.

2. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 3\}$, $\vec{b} = \{1; 7\}$ и $\vec{c} = \{2; -3\}$. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$.

Ответ: _____.

3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 64. Найдите высоту цилиндра.

Ответ: _____.

4. За круглый стол на 6 стульев в случайном порядке рассаживаются 4 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.

Ответ: _____.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,7. Вероятность того, что к концу дня во втором автомате закончится кофе, равна 0,5. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,4. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6. Найдите корни уравнения $\cos \frac{\pi(x-5)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наименьший положительный корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{f(x+1)}{f(x-1)}$, если $f(x) = 5^x$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = 4x - 1$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 + 2x + 1$.
Найдите a .

Ответ: _____.

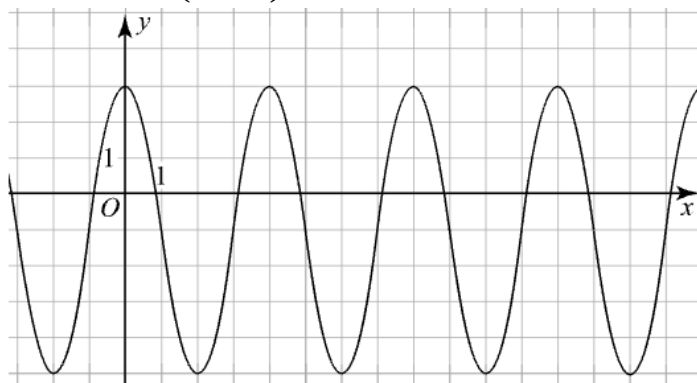
9. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 0,6 + 4,5t - 2,5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее двух метров?

Ответ: _____.

10. Ваня шел в школу, половину пути он шел со скоростью 4 км/ч, но поняв, что не успевает – увеличил скорость до 6 км/ч. Найдите среднюю скорость Вани по дороге в школу.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f\left(-\frac{10}{3}\right)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 4x + \pi + 2 - 4tgx$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\operatorname{ctg}^2 x - 1)\sqrt{7 \sin x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; \frac{\pi}{2}\right)$.

14. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 8. Точки M и N – середины рёбер CC_1 и B_1C_1 соответственно.

а) Докажите, что прямые AM и MN перпендикулярны.

б) Найдите угол между плоскостями AMN и CAA_1 .

15. Решите неравенство $x^2 \log_{\frac{1}{16}}(5-x) \geq \log_{0,5}(x^2 - 10x + 25)$.

16. В кредит взяли 1100 тыс. рублей на 5 лет под $r\%$ годовых. По условиям кредита, на конец первых трех лет задолженность остается неизменной и равной 1100 тысячам рублей, а выплаты последних двух лет равны. На конец пятого года кредит должен быть погашен. Найдите r , если известно, что сумма всех выплат составит 2100 тысяч рублей.

17. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно,

что $BM = \frac{1}{3} AC$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $BM = 4$.

18. Найдите все значения b , при каждом из которых множество решений

неравенства $\frac{a - (a^2 - 1)\cos 2x + 3}{a^2 + 2a + 4 - \cos 4x} < 1$ содержит отрезок $\left[-2\pi; -\frac{7\pi}{6}\right]$.

19. На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 8.

а) Может ли сумма составлять 264?

б) Может ли их сумма составлять 360?

в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2172?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.