

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Досрочный экзамен 29 марта 2024 года

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0 , 8    Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

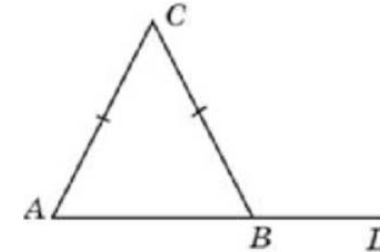
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен  $163^\circ$ . Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

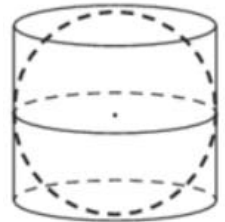


Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Даны векторы  $\vec{a}(-13;4)$  и  $\vec{b}(-6;1)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 48. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше 9 задач, равна 0,63. Вероятность того, что А. верно решит больше 8 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 8».

Ответ: \_\_\_\_\_.

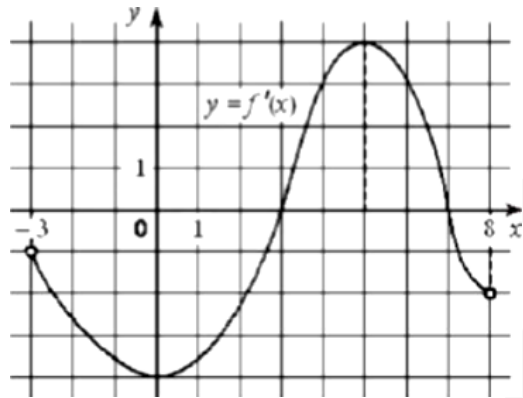
6. Найдите корень уравнения:  $3^{2x-16} = \frac{1}{81}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения:  $\log_2 240 - \log_2 3,75$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  - производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

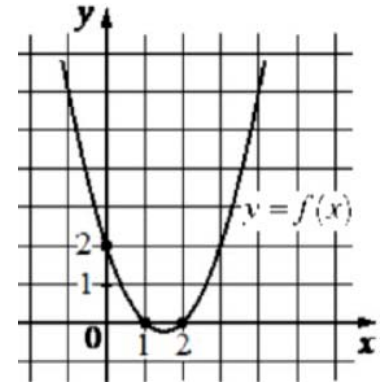
9. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$ , км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  (км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  - пройденный путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1,1 км, приобрести скорость 110 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Два велосипедиста одновременно отправились в 140-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-2)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите точку максимума функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $2 \cos x + \sin^2 x = 2 \cos^3 x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

14. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 3$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 6$ . Через точки  $B_1$  и  $D$  параллельно  $AC$  проведена плоскость, пересекающая ребро  $CC_1$  в точке  $K$ .

А) Докажите, что  $K$  – середина  $CC_1$

Б) Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости сечения.

15. Решите неравенство:

$$\log_{11}(2x^2 + 1) + \log_{11}\left(\frac{1}{32x} + 1\right) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{16} + 1\right)$$

16. Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий.

Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, - 300 рублей.

Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

17. Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ .

А) Докажите, что  $\angle AHB_1 = \angle ACB$

Б) Найдите  $BC$ , если  $AH = 8\sqrt{3}$  и  $\angle BAC = 60^\circ$

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

19. Дан набор цифр: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9. Из них составляют одно трёхзначное и одно четырёхзначное число. Оба составленных числа кратны 45, цифры не повторяются.

А) Может ли сумма этих чисел быть равной 2205?

Б) Может ли сумма этих чисел быть равной 3435?

В) Какова максимально возможная сумма этих чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.