

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 428

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

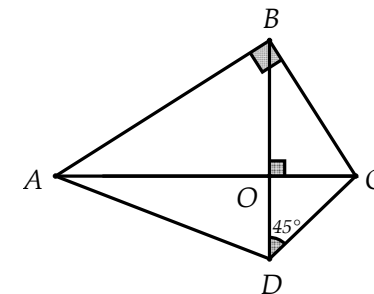
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Диагонали четырёхугольника ABCD пересекаются в точке O под прямым углом. Найдите площадь треугольника ADO, если  $OB = 5$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$  и  $\angle CDB = 45^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник. Найдите образующую конуса, если площадь боковой поверхности конуса равна 32π.

Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что у 6% пациентов с подозрением на гепатит анализ даёт положительный результат. Найдите вероятность того, что пациент, поступивший с подозрением на гепатит, действительно болен гепатитом. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. В интернет-магазине три телефонных оператора. В случайный момент оператор занят разговором с клиентом с вероятностью 0,6 независимо от других. Клиент звонит в магазин. Найдите вероятность того, что в этот момент хотя бы один из операторов свободен.

Ответ: \_\_\_\_\_.

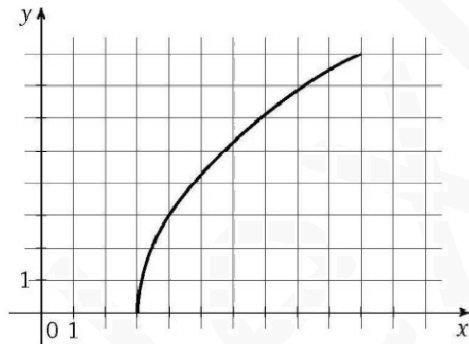
5. Решите уравнение  $\log_2\left(\frac{1}{8} - x\right) = \log_2\left(\frac{1}{8} + 3x\right) - 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $1,32 \cdot \sqrt[6]{32} \cdot \sqrt[6]{4 + 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[12]{34 - 24\sqrt{2}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку (2;0), касается графика этой функции в точке с абсциссой 4. Найдите  $f'(4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

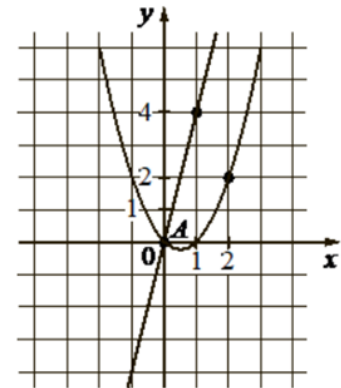
8. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a = 9000$  км/ч<sup>2</sup>. Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле:  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  – пройденный автомобилем путь (в км). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 120 км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 153 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 8 часов после этого следом за ним со скоростью на 8 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 2e^x + 8$  на отрезке  $[-2; 1]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\log_2(\cos x - 0,5) + \log_2(\cos x + 0,5) = -1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

13. В тетраэдре ABCD противоположные ребра попарно равны. Точки M, N и K – середины боковых ребер BD, AC и DC соответственно. Через точку K проведена секущая плоскость  $\alpha$ , параллельная ребрам BD и AC.

А) Докажите, что прямая MN перпендикулярна секущей плоскости  $\alpha$ .

Б) Найдите расстояние от точки M до плоскости  $\alpha$ , если  $AC = BD = 14$ ,  $BC = AD = 13$ ,  $AB = CD = 15$ .

14. Решите неравенство:  $\log_{(-3+4x-x^2)}\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1\right) \leq 0$

15. Фирма планирует взять в январе кредит на целое число миллионов рублей на 4 года на следующих условиях:

- в июле каждого года долг фирмы возрастает на 10% по сравнению с началом года;
- в конце 1-го и 3-го годов фирма выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год;
- в конце 2-го и 4-го годов фирма выплачивает одинаковые суммы, погашая к концу 4-го года весь долг полностью.

Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат превысит 100 миллионов рублей.

16. На сторонах AB, BC и AD соответственно квадрата ABCD взяты точки M, K и N, такие, что  $AM : MB = 3 : 1$ ,  $BK : KC = 2 : 1$  и  $AN : ND = 1 : 2$ .

А) Докажите, что площадь четырехугольника MKCN составляет  $\frac{11}{24}$  площади квадрата ABCD.

Б) Найдите синус угла между диагоналями четырехугольника MKCN.

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 2(x + 2y) - 3 = 0, \\ x^2 + y^2 - 2a(x + y) - 2x - 2a^2 + 6a \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. С натуральным числом проводят следующую операцию: между каждыми двумя его соседними цифрами записывают модуль разности этих цифр (например, из числа 2673 получается число 2461743).

А) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 1234774321?

Б) Может ли из трехзначного числа получиться число, делящееся на 11?

В) Сколько всего существует трехзначных чисел, в десятичной записи которых отсутствуют нули, а число десятков не менее числа сотен и единиц, таких, что после выполнения указанной выше операции получится число, делящееся на 11?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.