

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 415

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

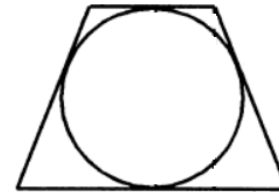
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

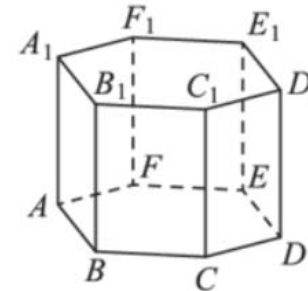
**1.** Около круга радиуса 2 описана равнобокая трапеция площадью 20. Найти длину большего основания трапеции.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**2.** В правильной шестиугольной призме ABCDEFA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>1</sub> все ребра равны 1. Найдите угол AC<sub>1</sub>C. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**3.** На хлебозаводе выпекают буханки номинальной массой 800 г. Известно, что, в среднем 96% буханок весят меньше, чем 810 г, и в среднем 91% буханок весят больше, чем 790 г. Найдите вероятность того, что масса случайно выбранной свежей буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано три броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

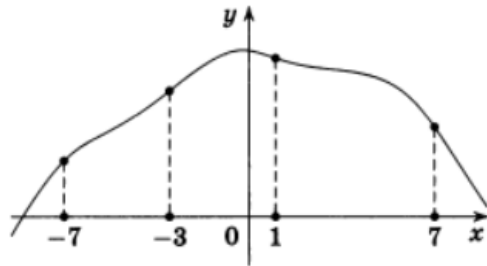
5. Решите уравнение  $2x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $2x + y + 6z$ , если  $4x + y = 5$ ;  $12z + y = 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-7, -3, 1, 7$ . В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: \_\_\_\_\_.

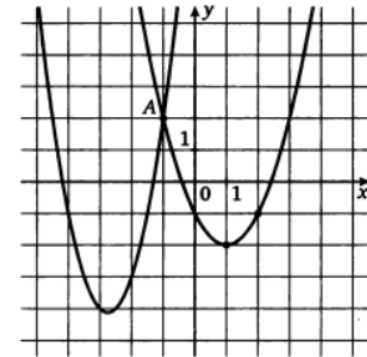
8. Вратарь выбросил мяч в поле, направив его под углом  $45^\circ$  к поверхности поля. Пока мяч не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой  $h(t) = -5t^2 + 12t + 1,25$  ( $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента удара). Пренебрегая сопротивлением воздуха, считаем, что горизонтальная составляющая скорости мяча не меняется в полете. Определите, на каком расстоянии от вратаря в метрах мяч приземлится на поле.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Два человека одновременно стали спускаться, считая ступени, по движущемуся вниз эскалатору метро, причем один шагал вдвое быстрее другого. Один из них отсчитал по окончании движения 60 ступенек, а второй - 40. Сколько ступенек пришлось бы отсчитать при движении по неподвижному эскалатору?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = 2x^2 + 11x + 11$  и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x-7}$  на отрезке  $[6; 8]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение 
$$\frac{2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \cos^2 x}{2 \operatorname{tg} x - 4} = 0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$

13. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  каждое ребро равно  $5 \cdot \sqrt[4]{2}$ . Через середины сторон  $AD$  и  $DC$  и середину высоты пирамиды проведена плоскость  $\alpha$ .

- А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  параллельна  $SD$ .  
 Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ .

14. Решите неравенство: 
$$\log_3 \frac{x^2}{81} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9} \leq \frac{3 \log_2 \frac{x}{9}}{\log_2 3}$$

15. В июле 2023 планируется взять кредит в банке на 6 лет в размере  $S$  тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Дата	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в тыс руб)	$S$	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	$0$

Найдите, на сколько процентов общая сумма платежей после полного погашения кредита превысит сумму взятого кредита.

16. В трапеции  $ABC$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основаниям. Из точки  $A$  на сторону  $CD$  опустили перпендикуляр  $AH$ . На стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что прямые  $CD$  и  $CE$  перпендикулярны.

- А) Докажите, что прямые  $BH$  и  $ED$  параллельны.  
 Б) Найдите отношение  $BH$  к  $ED$ , если  $\angle BCD = 120^\circ$ .

17. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых уравнение

$$|3 \sin^2 2x - a| + |3 \cos 4x - 2a - 3| = a + 6$$

имеет хотя бы одно решение.

18. Натуральное число называется свободным от квадратов, если оно не делится ни на один квадрат натурального числа, кроме 1. Составим последовательность  $\{a_n\}$ , состоящую из чисел, свободных от квадратов.

- А) Может ли число, свободное от квадратов, иметь 15 делителей?  
 Б) Чему равно  $n$ , если  $a_n = 326$ ?  
 В) Чему равно  $a_{100}$ ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.