

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 414

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите сторону правильного шестиугольника, в который вписан круг площадью 75π .

Ответ: _____.

2. Металлический пожарный конус наполнен песком (так, что песок занимает в точности весь объём конуса). Сколько таких конусов с песком потребуется, чтобы наполнить цилиндрическое ведро, если известно, что радиусы оснований ведра и конуса одинаковы, а высота ведра вдвое больше высоты конуса?

Ответ: _____.

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет менее 11 очков. *Результат округлите до сотых.*

Ответ: _____.

4. В кофейне администратор предлагает каждому гостю сыграть в следующую игру: гость бросает одновременно две игральные кости. Если он выбросит комбинацию «3 и 3 очка» хотя бы один раз из двух попыток, то получит бесплатное пирожное. Какова вероятность получить бесплатное пирожное? *Результат округлите до сотых.*

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $7 \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$.

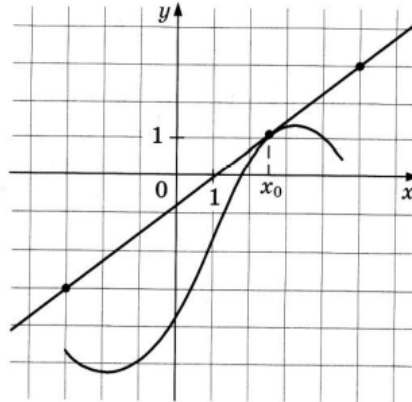
Если уравнение имеет несколько корней, то в ответе укажите наибольший корень.

Ответ: _____.

6. Найдите наибольшее значение выражения $12 \sin \alpha - 5 \cos \alpha$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 54$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 и R_2 их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Ответ выразите в Омах.

Ответ: _____.

9. Количество элементов выпускаемой продукции неудачного предприятия с момента открытия ежемесячно падало на 40% по отношению к предыдущему месяцу. В последний, пятый месяц работы предприятие выпустило 324 элемента продукции, после чего было закрыто. Сколько элементов продукции было выпущено предприятием за время своего существования?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{ax + b}{x + c}, \text{ где числа } a, b \text{ и } c \text{ – целые.}$$

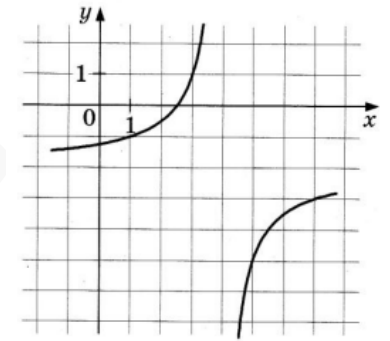
Найдите значение $f(29)$.

Ответ: _____.

11. Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции

$$f(x) = 12 \log_3(2x^2 + 1) - 4 \text{ на отрезке } [-1; 2].$$

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение
$$\frac{\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x}{|\sin 2x|} = \frac{3}{4}$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 4\pi]$.

13. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S боковое ребро вдвое больше стороны основания.

А) Докажите, что плоскость, проходящая через середины ребер SA и SD и вершину C , делит высоту SH треугольника ASB в отношении $2:1$, считая от вершины S .

Б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины ребер SA и SD и вершину C , делит ребро SF , считая от вершины S .

14. Решите неравенство:
$$\left(\log_{|2x+0,5|}(0,25-x)-1\right) \cdot \log_9(0,25-x) > \log_3 \frac{0,25-x}{|2x+0,5|}$$

15. Игнат 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 400000 рублей под $r\%$ годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- через каждые 3 месяца (до 7 марта 2023 года) банк увеличивает сумму, к тому моменту находящуюся на вкладе, на $0,25r\%$.

Андрей 7 марта 2022 года положил на вклад в банке 410700 рублей под 20% годовых. Условия этого вклада таковы:

- в течение года запрещается выполнять какие-либо операции с этим вкладом;
- 7 марта 2023 года банк увеличит вклад на 20% .

Известно, что Игнат через год получит со счета больше, чем Андрей.

Найдите наименьшее целое значение r .

16. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке M . В треугольнички AMB , BMC , CMD и AMD вписаны окружности с центрами O_1 , O_2 , O_3 и O_4 соответственно.

А) Докажите, что площадь четырёхугольника $O_1O_2O_3O_4$ равна
$$\frac{O_1O_3 \cdot O_2O_4}{2}$$

Б) Пусть прямая O_2O_4 пересекает стороны BC и AD в точках P и Q соответственно. Найдите отношение $AQ:QD$, если известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность, а отношение площадей треугольников $СMP$ и BMP равно $3:2$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} - 5 \right| - \left| 1 - 6 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} \right| + \left| 12 \cdot \sqrt{\cos \frac{\pi y}{4}} + 1 \right| = 5 - \left(\sin \frac{\pi(y-2x)}{12} \right)^2 \\ 10 - 9(x^2 + (y-a)^2) = 3 \cdot \sqrt{x^2 + (y-a)^2} - \frac{8}{9} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. На доске разрешается в одну строку так написать $n \geq 3$ различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n , чтобы для любого $k = 1, 2, \dots, n-2$ число a_{k+2} равнялось либо сумме, либо разности, либо произведению, либо частному взятых в некотором порядке чисел a_{k+1} и a_k . Например, этим правилам удовлетворяют 4 числа 3, 12, 4, 8, а также 5 чисел 8, 2, 4, 6, 24, написанные в указанном порядке.

А) Можно ли по этим правилам так написать $n = 5$ чисел, чтобы среди них в некотором порядке встретились четыре числа 1, 2, 3 и 4?

Б) Можно ли по этим правилам так написать $n = 4$ нечетных числа, чтобы среди них в некотором порядке встретились три числа 3, 5 и 7?

В) Какое наименьшее значение может принимать n , если на доске в некотором порядке встречаются числа 1, 2 и 8?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.