

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 413

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

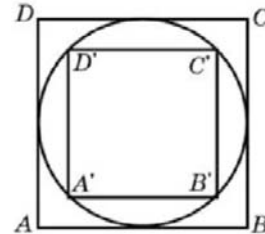
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

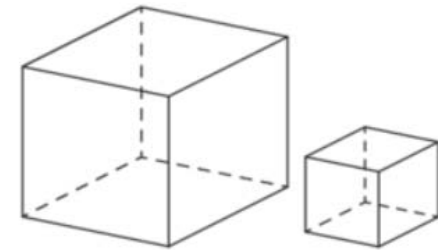
1. Во сколько раз площадь квадрата, описанного около окружности, больше площади квадрата, вписанного в эту окружность?

Ответ: _____.



2. Объём первого куба в 8 раз больше объёма второго куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?

Ответ: _____.



3. В городе 48% взрослого населения - мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события "выбранный мужчина является пенсионером".

Ответ: _____.

4. Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно две мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно одну мишень»?

Ответ: _____.

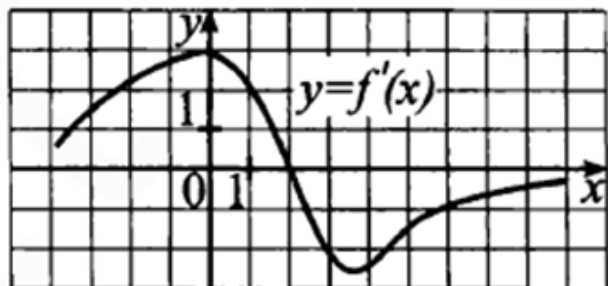
5. Решите уравнение $x + \sqrt{2x^2 - 14x + 13} = 5$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите наибольший из корней.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 3,6 + 1}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $f(x)$ параллельна оси абсцисс.



Ответ: _____.

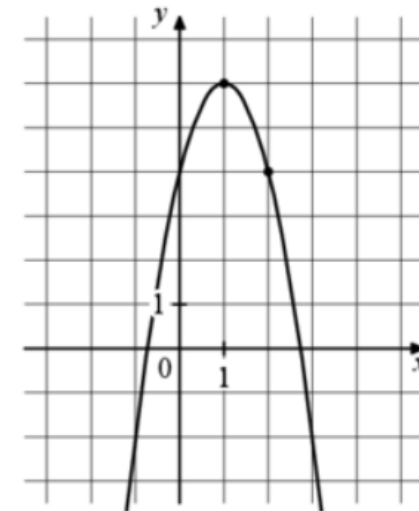
8. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 28$ м/с, начал торможение с ускорением $a = 4$ м/с². Путь в метрах, пройденный автомобилем за время t , с с начала торможения, вычисляется по формуле $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Найдите за сколько секунд с начала торможения автомобиль пройдет 66 метров.

Ответ: _____.

9. Сумма длин окружностей переднего и заднего колес повозки равна 5 м. На протяжении 60 м переднее колесо сделало на 9 оборотов больше, чем заднее на протяжении 63 м. Какова длина (в метрах) окружности переднего колеса?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите $f(6)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции $f(x) = \frac{x-1}{x^2+35}$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\cos^{-2} x + \sin^{-1}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \log_{\sin x} \sin^2 x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[5\pi; 7\pi]$

13. На ребре CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечена точка E так, что $CE:EC_1=1:2$.

А) Пусть точка F делит ребро BB_1 в отношении 1:2, считая от вершины B_1 .

Докажите, что угол между прямыми BE и AC_1 равен углу AC_1F

Б) Найдите расстояние от точки C до плоскости AC_1F , если ребро куба равно 3.

14. Решите неравенство: $4 \cdot 2^{\log_3(5-x)} + 2^{\log_3 x + 1} - 2^{\log_3(5x-x^2)} \leq 8$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей

на $(n+1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа n -го месяца долг составит 300 тысяч рублей;

— к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 755 тысяч рублей.

16. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром в точке O касается стороны BC в точке K . Окружность с центром в точке O_1 касается стороны BC в точке L , а также касается продолжения сторон AC и AB .

А) Докажите, что $BL=CK$

Б) Найдите расстояние OO_1 , если известно, что $AC=7$, $BC=24$, $AB=25$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$-3 \sin x - 5 \cos x = a$$

имеет ровно два корня на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$

18. Рассматриваются целочисленные прямоугольные треугольники, то есть такие прямоугольные треугольники, длины всех сторон которых выражены целыми числами.

А) В треугольнике длина одной из сторон равна 12. Найдите все возможные значения длин других сторон этого треугольника.

Б) Длина h высоты, опущенной на гипотенузу, также выражается целым числом. Найдите наименьшее возможное значение h .

В) В треугольнике $c = b + 1$, где c — длина гипотенузы, b — длина одного из катетов. Последняя цифра десятичной записи периметра этого треугольника равна 6. Чему равны последние цифры десятичной записи длин сторон этого треугольника.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.