

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 409

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

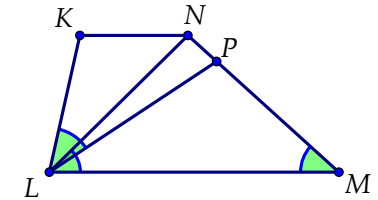
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Точка P лежит на боковой стороне MN трапеции KLMN. Известно, что $\angle LMN = \angle MLN = \angle KLP = \arccos(0,75)$ и $PL = 18$. Найдите длину отрезка KL.



Ответ: _____.

2. Ребро куба равно 1,8. Середина ребра этого куба является центром шара радиуса 0,9. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

Ответ: _____.

3. В магазине стоят два платежных терминала. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,1 независимо от другого. Найдите вероятность того, что ровно один терминал из двух оказался неисправен, а другой работает.

Ответ: _____.

4. В корабельной артиллерии применяется система управления огнем. Орудие делает выстрел по цели. Если цель не поражена, делается еще один выстрел. Третий выстрел не делается. Предположим, что вероятность поражения цели каждым выстрелом равна 0,9. На сколько вырастет вероятность поражения цели, если дать системе возможность делать третий выстрел в случае, когда два первых неудачные?

Ответ: _____.

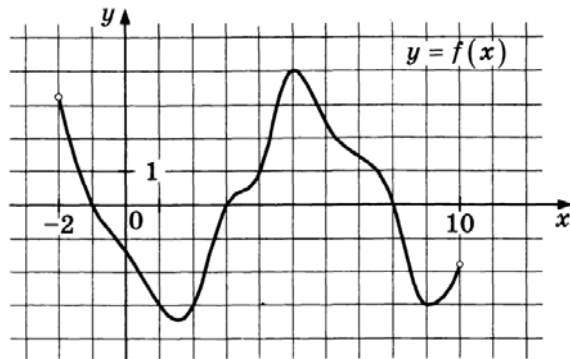
5. Решите уравнение $\log_5^2(25x) - 12 \log_{25} x = 24$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите произведение всех корней уравнения.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cdot \frac{\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \sin 165^\circ \sin 15^\circ}{\sin 35^\circ \sin 205^\circ + \sin 305^\circ \cos 205^\circ}$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 10)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

8. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega \cdot t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда напряжения

$U_0 = 2$ В, частота $\omega = \frac{2\pi}{3}$, фаза $\varphi = \frac{\pi}{12}$. Датчик настроен так, что если

напряжение U в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

9. Дежурный монтер спустился по движущемуся вниз эскалатору метро. Весь его путь от верхней площадки до нижней продолжался 24 с. Затем он поднялся и в том же темпе снова спустился вниз, но теперь уже по неподвижному эскалатору. Известно, что спуск продолжался 42 с. За сколько секунд спустился бы человек по движущемуся вниз эскалатору, стоя на ступеньке?

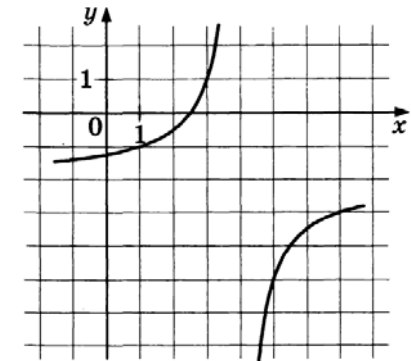
Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{ax + b}{x + c}, \text{ где числа } a, b \text{ и } c \text{ — целые.}$$

Найдите $f(29)$.

Ответ: _____.



11. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 16 - 8x + \ln(4x) + \ln 2$$

на отрезке $\left[\frac{1}{9}; \frac{2}{15}\right]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение

$$\sin^3 x \cdot (1 + \operatorname{ctgx}) + \cos^3 x \cdot (1 + \operatorname{tgx}) = 2\sqrt{\sin x \cdot \cos x}$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 7\pi\right]$

13. Дана правильная четырехугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

А) Докажите, что плоскости $AD_1 C$ и $BB_1 D_1$ перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние от точки B_1 до плоскости $AD_1 C$, если $AB = 5$, $AA_1 = 6$.

14. Решите неравенство: $\log_3 \log_{x^2} \log_{x^2} x^4 > 0$

15. В июне 2023 года Валерий Анатольевич планирует взять кредит на сумму 709800 рублей на 4 года (последняя выплата запланирована в 2027 году). Условия его возврата таковы:

- в январе 2024 и 2025 годов долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2026 и 2027 годов долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по апрель необходимо выплатить часть долга (одну и ту же сумму каждый год);
 - к маю 2027 года долг должен быть полностью погашен.
- Определите размер ежегодной годовой выплаты в рублях.

16. В прямоугольнике $ABCD$ на стороне AB как на диаметре построена окружность с центром O . Отрезок OD пересекает окружность в точке M . Известно, что

$$\frac{DM}{AB} = \frac{\sqrt{26} - 1}{2}.$$

А) Докажите, что стороны прямоугольника относятся как 5 : 2.

Б) Найдите MC , если известно, что $AM = \sqrt{2 - \frac{2}{\sqrt{26}}}$

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$\left| -a^2 - a + x + 32 \right| + \left| -a^2 + a + x + 3 \right| = 2a - 29$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(-2; -1)$.

18. На доске написано 27 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 22. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 21. С этими числами произвели следующие действия: четные числа разделили на 2, а нечетные умножили на 2. Пусть A – среднее арифметическое оставшихся после этого чисел.

А) Могло ли оказаться так, что $A = 10$?

Б) Могло ли оказаться так, что $A = 12$?

В) Найдите наименьшее возможное значение A ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.