

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 399

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 6. Найдите гипотенузу, если точка касания с вписанной окружностью делит ее на отрезки, длины которых относятся как 5:12.

Ответ: _____.

2. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 8, а тангенс угла между боковой гранью и плоскостью основания равен 2. Найдите сторону основания пирамиды.

Ответ: _____.

3. У Маши в копилке лежит 10 рублевых, 11 двухрублевых и 12 пятирублевых монет. Маша наугад достает из копилки две монеты. Найдите вероятность того, что она достанет не менее шести рублей. *Ответ округлите до тысячных.*

Ответ: _____.

4. Трое охотников одновременно стреляют по кабану, каждый по одному выстрелу. Вероятности попадания охотников в цель равны: 0,7 – для первого, 0,75 – для второго и 0,8 – для третьего. Оказалось, что в кабана попали ровно две пули. Найдите вероятность того, что это пули второго и третьего охотников. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: _____.

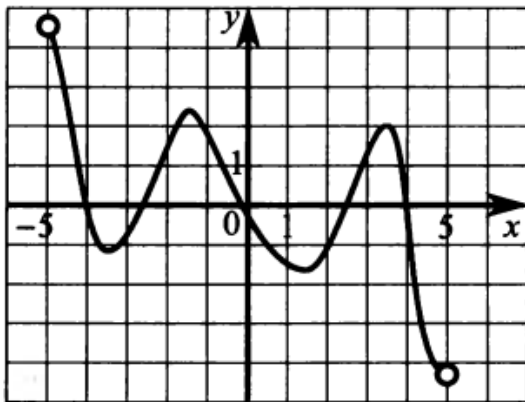
5. Решите уравнение $\frac{28^x}{14^6} = 7^{5x-2} \cdot 2^{6x-2}$.

Ответ: _____.

6. Найдите $\sin 2\alpha$, если $\frac{5 \sin \alpha - 6 \cos \alpha}{6 \sin \alpha - 10 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

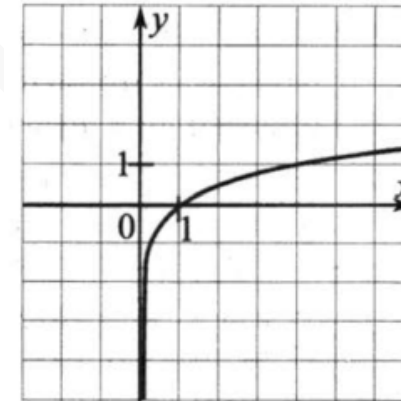
8. Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 3600 \text{ км/ч}^2$. Скорость вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь (в километрах). Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 60 км/ч .

Ответ: _____.

9. В августе средняя стоимость аренды номера в гостиницах города Сочи повысилась на 60% по сравнению с февралем. На сколько процентов должна снизиться стоимость аренды номера в гостиницах Сочи в течение осени, чтобы к декабрю она была лишь на 8% выше, чем в феврале?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $y = \log_a x$, где a – целое число. Найдите a .



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{3x - \pi}{\pi} \cdot \cos x - \frac{3}{\pi} \cdot \sin x + 21$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\frac{\cos 3x}{2\sin x + \sqrt{2}} = \frac{\sin x}{2\sin x + \sqrt{2}}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[0; \pi]$

13. В основании пирамиды лежит параллелограмм со сторонами 8 и 10, а его большая диагональ равна $2\sqrt{73}$. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 4.

А) Докажите, что две боковые грани являются прямоугольными треугольниками.

Б) Найдите площади двух других боковых граней.

14. Решите неравенство:

$$\frac{64^x}{36^x - 27^x} + \frac{4(16^x - 12^x)}{16^x - 2 \cdot 12^x + 9^x} \leq \frac{16^{x+0,5}}{12^x - 9^x}$$

15. Цена за единицу товара зависит от объема заказа и определяется следующим образом:

1. Если объем заказа не превышает 4000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объем заказа превышает 4000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x –

количество единиц товара в заказе.

При каком объеме заказа фирма, продающая товар, получит наибольшую выручку при условии, что объем заказа не может превышать 16000 единиц товара?

16. На сторонах АВ, ВС и AD квадрата ABCD взяты соответственно точки М, К и N, такие, что $AM : MB = 3 : 1$, $BK : KC = 2 : 1$ и $AN : ND = 1 : 2$.

А) Докажите, что площадь четырехугольника MKCN составляет $\frac{11}{24}$ площади квадрата

ABCD.

Б) Найдите синус угла между диагоналями четырехугольника MKCN.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} (y-3)(y+x+4)(y-x) = 0, \\ (x+2)^2 + (y+3a)^2 = 8a^2 + 24a + 4 \end{cases}$$

имеет ровно 5 решений.

18. Пяти меценатам предложили участвовать в нескольких благотворительных проектах. Каждый принял решение участвовать в нескольких проектах (хотя бы в одном), но не во всех. Первый меценат вкладывает в каждый такой проект 50 тысяч рублей, второй – 100 тысяч рублей, третий – 150 тысяч рублей, четвертый – 200 тысяч рублей, пятый – 250 тысяч рублей.

А) Могло ли получиться так, что проектов 17 и все они получили одинаковое финансирование?

Б) Могло ли получиться так, что проектов 17 и все они получили различное финансирование?

В) Какое наибольшее количество проектов могло быть предложено этим меценатам, если каждый из них принял участие ровно в 5 проектах и все проекты получили различное (в том числе, возможно, нулевое) финансирование?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.