

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 397

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Около окружности, радиус которой равен 8, описан многоугольник, площадь которого равна 208. Найдите периметр этого многоугольника.

Ответ: _____.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB = 11$, $AD = 20$, $AA_1 = 4$. Найдите расстояние от вершины C до центра грани $AA_1 D_1 D$.

Ответ: _____.

3. Из слова «максимум» случайным образом выбирается одна буква. Найдите вероятность того, что будет выбрана буква, встречающаяся в этом слове только один раз.

Ответ: _____.

4. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 кубиков одинакового размера, которые затем тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что извлечённый наугад кубик будет иметь хотя бы одну окрашенную грань.

Ответ: _____.

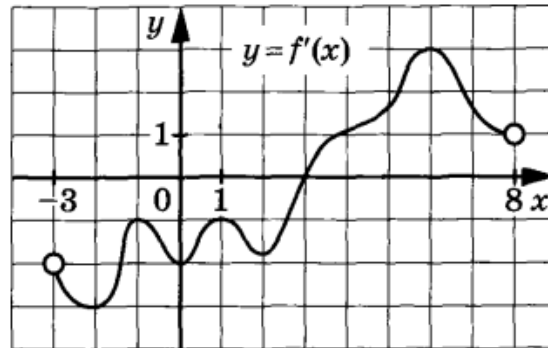
5. Решите уравнение $2 \cos^2 \frac{\pi x}{18} + 5 \sin \frac{\pi x}{18} = -1$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень уравнения.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{6 \cos^2 34^\circ - 3}{\cos 169^\circ \cdot \cos 79^\circ}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

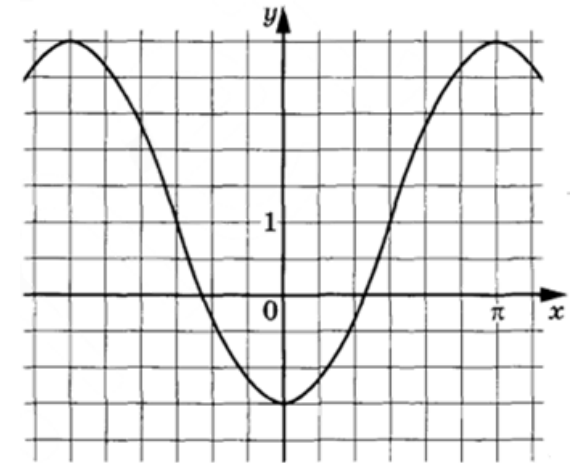
8. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, задаётся формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $625 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

9. Имеется три одинаковых по массе сплава. Известно, что процентное содержание никеля во втором сплаве на 25 процентных пункта больше, чем в первом, а процентное содержание никеля в третьем сплаве на 4 процентных пункта больше, чем во втором. Из этих трёх сплавов получили четвертый сплав, содержащий 64% никеля. Сколько процентов никеля содержит первый сплав?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = (4x - 3)^2 \cdot (x + 6) - 9$ на отрезке $[-6; 3]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sin\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{7\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[7\pi; 8\pi]$

13. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $SA = 7$. Точка M лежит на ребре BC , причем $BM = 1$, точка K лежит на ребре SC , причем $SK = 4$.

А) Докажите, что плоскость MKD перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

Б) Найдите объем пирамиды $CDKM$.

14. Решите неравенство:

$$6(4x + 3)(x^2 - x + 9) < 9(4x + 3)^2 + (x^2 - x + 9)^2$$

15. В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг будет возрастать на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— платежи в 2027 и в 2028 годах должны быть по 300 тыс. руб.;

— к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году будет равен 417,6 тыс. руб. Какую сумму (в тыс. рублей) планируется взять в кредит?

16. Две окружности пересекаются в точках P и Q . Через точку P проведена прямая, пересекающая вторично первую из окружностей в точке A , а вторую – в точке B . Через точку Q также проведена прямая, пересекающая вторично первую окружность в точке C , а вторую – в точке D .

А) Докажите, что прямые AC и BD параллельны.

Б) Найдите наибольшее возможное значение суммы длин отрезков AB и CD , если расстояние между центрами данных окружностей равно 1.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 8, \\ 2x^2 + 4xy + 5y^2 = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 12 + \sqrt{105} \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. Издательство на выставку привезло несколько книг для продажи (каждую книгу привезли в единственном экземпляре). Цена каждой книги — натуральное число рублей. Если цена книги меньше 100 рублей, на неё приклеивают бирку «выгодно». Однако до открытия выставки цену каждой книги увеличили на 10 рублей, из-за чего количество книг с бирками «выгодно» уменьшилось.

А) Могла ли уменьшиться средняя цена книг с биркой «выгодно» после открытия выставки по сравнению со средней ценой книг с биркой «выгодно» до открытия выставки?

Б) Могла ли уменьшиться средняя цена книг без бирки «выгодно» после открытия выставки по сравнению со средней ценой книг без бирки «выгодно» до открытия выставки?

В) Известно, что первоначально средняя цена всех книг составляла 110 рублей, средняя цена книг с биркой «выгодно» составляла 81 рубль, а средняя цена книг без бирки — 226 рублей. После увеличения цены средняя цена книг с биркой «выгодно» составила 90 рублей, а средняя цена книг без бирки — 210 рублей. При каком наименьшем количестве книг такое возможно?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.