

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 396

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

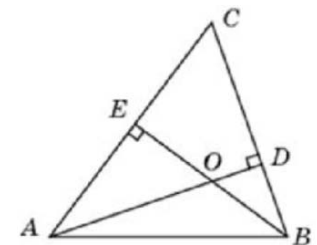
1. Решите уравнение $(x+1)^2 + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 = 2\left(\frac{1}{x} - x\right)$. В ответе укажите произведение корней этого уравнения.

Ответ: _____.

2. В кафе работают две официантки — Вера и Анна. Вероятность того, что Вера занята обслуживанием зала, составляет 0,35. Вероятность того, что Анна занята обслуживанием зала, тоже составляет 0,35. Вероятность того, что обе свободны одновременно, составляет 0,4. Найдите вероятность того, что и Вера и Анна заняты одновременно.

Ответ: _____.

3. Два угла треугольника равны 58° и 72° . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

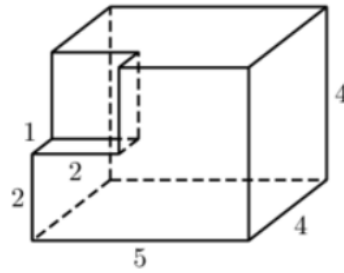


Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{7-4\sqrt{3}}{5-2\sqrt{6}}} - \sqrt{\frac{6-4\sqrt{2}}{5+2\sqrt{6}}} - 4\sqrt{2}$

Ответ: _____.

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: _____.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 6t + 19$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 14 м/с?

Ответ: _____.

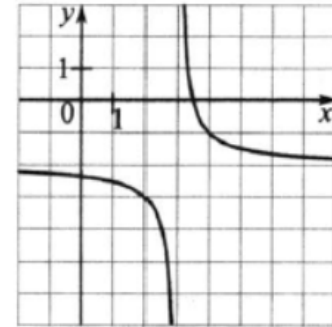
7. Очень лёгкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_L = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила F_L , была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

8. Расстояние между двумя посёлками 12 км первый пешеход проходит на 20 мин дольше второго пешехода и на 36 мин дольше третьего. Скорость третьего пешехода на 0,5 км/ч больше скорости второго пешехода. Найти скорость первого пешехода в км/ч.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $y = \frac{1}{x+a} + c$, где a, c - целые числа. Найдите c .



Ответ: _____.

10. В коробке 5 шариков, пронумерованных цифрами от 1 до 5. Один за другим по очереди вынимают 4 шарика, записывая каждый раз цифру. Получается четырёхзначное число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = x + \frac{16}{x}$ на отрезке $[1; 7]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\cos x + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = \sqrt{3} \sin 2x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$

13. Основание ABCD правильной четырехугольной пирамиды SABCD вписано в нижнее основание цилиндра, а вершина S расположена на оси OO_1 цилиндра (O_1 – центр верхнего основания цилиндра). Объем цилиндра равен 450π , объем пирамиды равен 50.

А) Докажите, что $O_1S:SO=5:1$

Б) Найдите расстояние между AS и CD, если диаметр основания цилиндра равен $5\sqrt{2}$.

14. Решите неравенство:
$$\frac{((3x + 2) - x - 6) \cdot \left(\log_{\frac{1}{2}}(x + 10) + 3\right)}{2^{x^2+2} - 2^x} \geq 0$$

15. В сентябре планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 2,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по август каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в сентябре каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года.

Чему равна общая сумма выплат (в млн рублей) после полного погашения кредита, если сумма наибольшей годовой выплаты и наименьшей годовой выплаты долга составит 7,74 млн рублей?

16. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузу AB опущена высота CH. В треугольнике ACH проведена биссектриса CE угла ACH.

А) Докажите, что треугольник BCE – равнобедренный.

Б) Найдите EO, где O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC, и известно, что AC=8, BC=6.

17. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\log_a \sqrt{10 + 3a^{2\cos x}} = 2 \cos x$$

имеет хотя бы одно решение.

18. В десятичной записи числа $a > 1$ только чередующиеся единицы и нули: $a = 1010\dots$

А) Может ли это число быть квадратом натурального числа?

Б) Какие числа такого вида будут простыми?

В) Сколько единиц в записи этого числа, если оно делится на 13?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.