

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 380

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\sqrt{x+16} - x + 4 = 0$, если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из них.

Ответ: _____.

2. Вероятность того, что новый смартфон выйдет из строя в течение года после покупки, равна 0,1. Если смартфон проработал несколько лет, то вероятность его поломки в течение следующего года такая же (в смартфоне нет изнашивающихся деталей, поэтому вероятность его поломки не растёт со временем). Найдите вероятность, что такой новый смартфон прослужит больше двух лет, но не больше четырёх.

Ответ: _____.

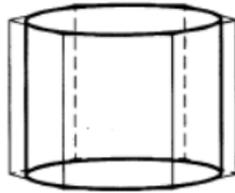
3. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MNP, если MN=5, NP=16, NA=4 и NA – высота треугольника MNP.

Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $(4 - 3\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{34 - 24\sqrt{2}}$

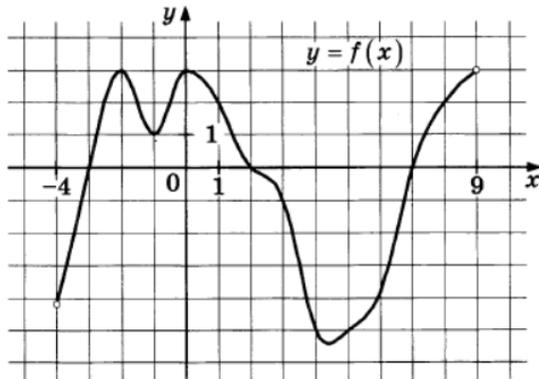
Ответ: _____.

5. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 9)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

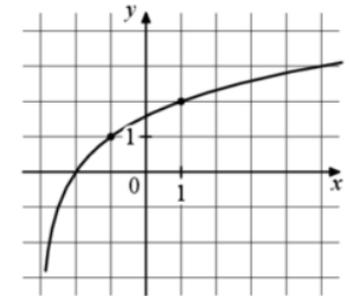
7. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $P = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

8. Моторная лодка проплыла по озеру, а потом поднялась вверх по реке, впадающей в озеро. Скорость движения лодки по озеру на 4% больше, чем скорость движения лодки вверх по реке, а время движения по озеру оказалось на 15% больше времени движения лодки по реке. На сколько процентов путь по озеру больше пути по реке?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(29)$.



Ответ: _____.

10. Две игральные кости бросили одновременно и ни на одной из них не выпало четыре очка. Какова при этом условии вероятность того, что в сумме выпало 12 очков?

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \sqrt{3}x - \sqrt{3}\text{ctg}x + \frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{3}; 0\right)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\frac{2\operatorname{tg}^2 x + 5\operatorname{tg} x}{\sin 2x + 5\cos^2 x} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{4\pi}{11}; \frac{11\pi}{4}\right]$

13. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S боковое ребро вдвое больше стороны основания.

А) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SB в отношении $1 : 3$, считая от вершины B .

Б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SF , считая от вершины S .

14. Решите неравенство: $\frac{3^{\sqrt{x}}}{3^{\sqrt{x}} - 81} \geq \frac{15 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 81}{9^{\sqrt{x}} - 84 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 243}$

15. На автомобиле стоят два одинаковых номерных знака, которые можно менять местами — один спереди, другой сзади. Знак, стоящий спереди, за 6 лет эксплуатации приходит в негодность и подлежит замене.

Знак, стоящий сзади, приходит в негодность за 12 лет. Износ можно считать пропорциональным времени. Какой максимальный срок (в годах) может прослужить один комплект из двух номерных знаков, если своевременно поменять передний и задний номерной знак местами?

16. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 3 и 9 соответственно. Из точки K , лежащей на стороне CD , опущен перпендикуляр KL , на сторону AB . Известно, что L — середина стороны AB , $CL = 4$ и что площадь четырёхугольника $ALKD$ в 3 раза больше площади четырёхугольника $BCKL$.

А) Докажите, что $BK \parallel DL$.

Б) Найдите длину отрезка DL .

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(x^2 + a^2 - 13)\sqrt{3x + 2a} \leq 0$$

имеет не более двух решений.

18. Каждую цифру a натурального числа n заменим последней цифрой числа a^3 .

Полученное в результате такой замены число будем обозначать n^* и называть взаимным с числом n . Число, совпадающее со своим взаимным, будем называть особенным.

А) Могут ли два разных натуральных числа иметь одинаковые взаимные числа?

Б) Для каких натуральных чисел n будет особенным число $\frac{(n + n^*)}{2}$? Сколько всего

существует трехзначных особенных чисел?

В) Решить уравнение $n + n^* = 1318$.

(автор задачи Сергей Андреевич Тюрин)

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.