

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 369**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0 , 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

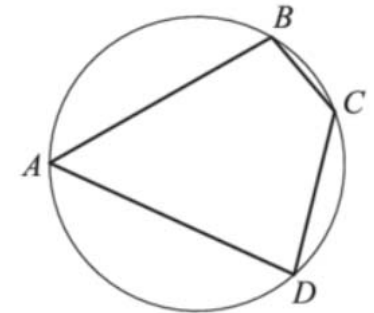
**1.** Решите уравнение  $3^x + \sqrt{3^{x+2} \cdot 7^x} = 3 \cdot 7^x + \sqrt{21^x}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым либо вторым выстрелом).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD, градусные величины которых относятся соответственно как 4 : 2 : 3 : 6. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

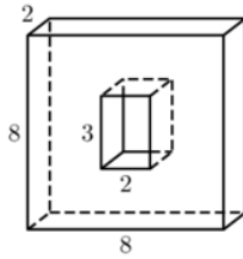


Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{2}-1}(17 - 12\sqrt{2})$

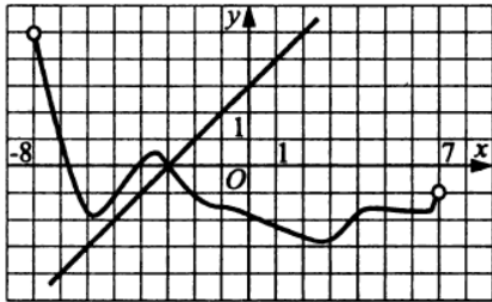
Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6. К графику функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-8; 7]$ , проведена касательная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение выражения  $x_0 + f(x_0)$ , если на рисунке изображены эта касательная и график производной  $y = f'(x)$  данной функции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

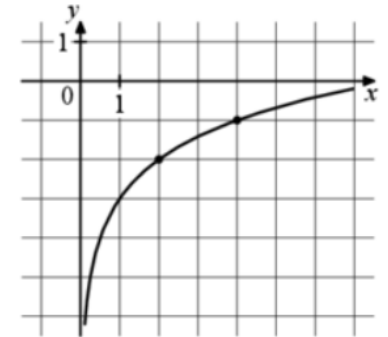
7. Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  – время с момента начала колебаний,  $T = 6$  – период колебаний,  $v_0 = 20$  м/с. Кинетическая энергия  $E$  (в джоулях) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза в килограммах,  $v$  – скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 131 секунду после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Имеется два раствора кислоты в воде: 30% и 50%. Второго имеется 3 л. Если смешать растворы, добавив некоторое количество 90% раствора, получится 75% раствор. Если же к первому раствору добавить 3 л 90% раствора, то получится тоже 75% раствор. Сколько литров 90% раствора добавили в первый раз?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 1$



Ответ: \_\_\_\_\_.

10. При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание испеченной буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что её масса окажется больше 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите точку максимума функции  $y = -x^2 - x + \ln x + 10$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\log_2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) + \log_2 \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = -1$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

13. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD сторона основания равна 12, а боковое ребро SA равно 17. На ребрах AB и SB отмечены точки K и L соответственно, причем AK=SL=7. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки K, L и C.

- А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
Б) Найдите расстояние от вершины пирамиды S до плоскости  $\alpha$

14. Решите неравенство:  $\log_{\sqrt[3]{9x}} \sqrt{\frac{x^3}{3}} + \log_{\sqrt[3]{3x^2}} \sqrt{27x} \leq 3$

15. В конце 2019 года банк предоставил кредит на сумму 20 млн 630 тысяч рублей на следующих условиях:

- в начале каждого квартала 2020 года долг возрастал на 12%;
- в начале каждого квартала 2021 года долг возрастал на 25 %;
- в конце третьего и четвёртого квартала 2020 года выплачивались равные платежи;
- в конце каждого квартала 2021 года выплачивались платежи, каждый из которых равен половине платежа за третий квартал 2020 года;
- к концу 2021 года долг был выплачен полностью.

Найдите величину ежеквартального платежа в 2021 году.

16. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Диаметр  $CC_1$  перпендикулярен стороне AD и пересекает ее в точке K, а диаметр  $DD_1$  перпендикулярен стороне AB и пересекает ее в точке L.

- А) Пусть  $AA_1$  тоже диаметр окружности. Докажите, что углы DLK и  $A_1D_1D$  равны  
Б) Найдите углы четырехугольника ABCD, если  $\angle ADB = 3\angle BDC$

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^3 + 2ax^2 - 4a}{ax^2 + x - 3a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

(Автор задачи Николай Журавлев)

18. Три различных натуральных числа являются длинами сторон некоторого тупоугольного треугольника.

- А) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно 2?  
Б) Может ли отношение большего из этих чисел к меньшему из них быть равно 4:3?  
В) Какое наименьшее значение может принимать отношение большего из этих чисел к меньшему из них, если известно, что среднее по величине число равно 20?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.